Methodenbausteine und Materialien zum Umgang mit Heterogenität im Mathematikunterricht

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

MAKOS

MABI KOM

Überblick

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

I. Welche Differenzwahrnehmungen sind für die Gestaltung des MU von Bedeutung?

Exkurs: Lernpräferenzen

II. Tätigkeitstheoretischer Hintergrund – offene Differenzierung

3-Säulenkonzept zum Umgang mit Heterogenität im MU:

Prophylaxe – Diagnose – Therapie

III. Elemente des Unterrichtskonzepts von MABIKOM und MAKOS

IV. Aufgabenset und Blütenaufgabe - Beispiele aus den Projekten

pro Lehre

I. Welche Differenzwahrnehmungen sind für die Unterrichtsplanung und –gestaltung in Mathematik von Bedeutung?

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Welche Unterschiede der Lernenden werden oft nicht als bereichernd für den Unterricht erlebt ?

- Unterschiedliche Lern- und Anstrengungsbereitschaft
- Unterschiedliches Ausgangsniveau im Grundwissen und Grundkönnen
- Unterschiedliches Arbeitstempo …

Unterrichtsrelevant sind alle jene Phänomene, die motivationale Bedeutung haben, also das **„Kompetenz- und Autonomieerleben“** beeinflussen

- Sicherheitsbedürfnis versus Wunsch nach Themen- oder Methodenwechsel
- Balance halten zwischen mathematischen Details und den übergreifenden Sinnfragen

Wozu brauchen wir das?

Lernpräferenzen: (Erst-)Begegnung mit Welt

pro Lehre

Unterschiedliche Präferenzen im Denkverlauf - Beispiel

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

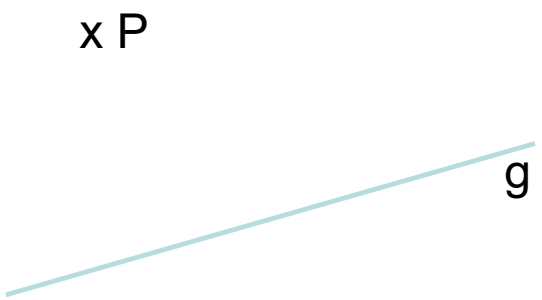
Wie lösen Sie die folgende Aufgabe?

Gegeben ist eine Gerade g und ein Punkt P außerhalb dieser Geraden.

Gesucht ist ein Punkt H auf der Geraden g, von dem aus man den Punkt P unter einem Winkel von 30° sieht.

Zwei typische Ansätze (keine Wertung!!):

Statisch: Lot von P auf g fällen,
Ergänzungswinkel 60° an P abtragen, wegen Innenwinkelsumme im Dreieck 180°



Dynamisch: Einen 30°-Winkel zeichnen und entlang g verschieben, bis ein Schenkel P trifft

pro Lehre

Exkurs: Lernstile - Lernpräferenzen

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Es ist eine offensichtliche Tatsache, dass

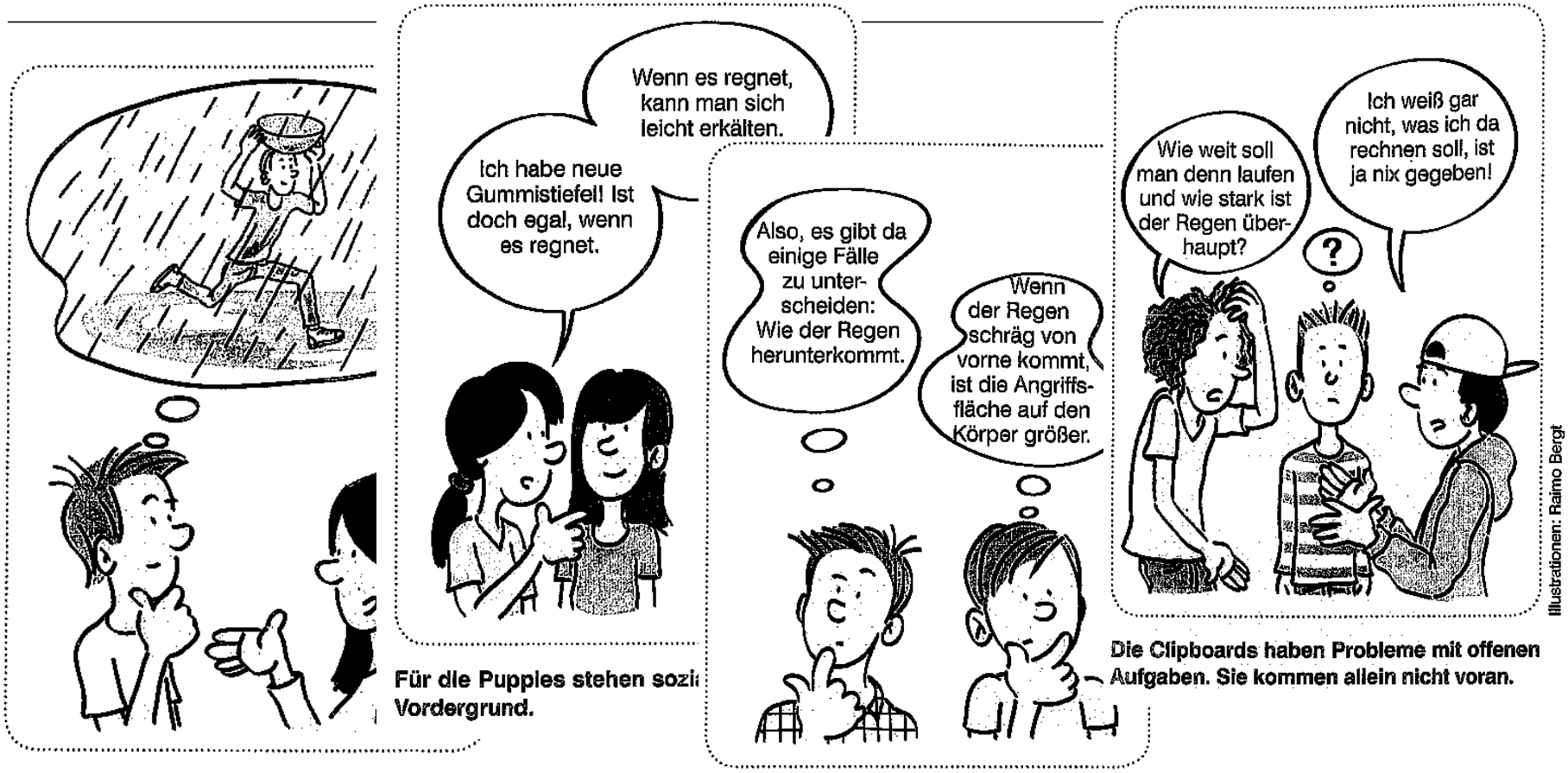
- … es *individuelle Präferenzen* beim Lernen gibt
- … jede Unterrichtssituation auf die Lernenden – jeweils anders –von motivierend bis hemmend wirken kann

- …auch Lehrkräfte individuelle Präferenzen aufweisen – und sich daher fast automatisch gewisse *Einseitigkeiten/Stärken* des Lehrens und Lernens einstellen
  - Korrelationen bestehen zwischen dem Stil der Lehrer und ihren SuS (*Sternberg 1994*)
  - Diejenigen SuS weisen bessere Noten auf, deren Stil demjenigen der Lehrer entspricht (*Sternberg 1994*)

Ein praktikables Modell: Unterscheidung von vier Lernstilclustern als Ergebnis einer Metaanalyse (Gregory 2005)

„Wird man im Regen weniger nass, wenn man schneller läuft?“ – unterschiedliche Zugänge:

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT



Die Beachballs suchen nach experimentellen Lösungen.

Für die Puppies stehen sozi… Vordergrund.

Die Microscopes arbeiten zunächst für sich. Hier wird mathematisch argumentiert.

Die Clipboards haben Probleme mit offenen Aufgaben. Sie kommen allein nicht voran.

Beachballs – Puppies – Microscops - Clipboards Bruder (2013)

pro Lehre

Idee: **Durch Variation in den Aufgaben und Darstellungen finden alle Lernpräferenzen Berücksichtigung im Unterricht**

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Annahme: **Die Unterschiedlichkeit des Zuganges zum Unterrichtsgegenstand nutzt allen Lernenden mehr, als wenn sie nur ihrem eigenen Lernstil entsprechend unterrichtet würden**

Hausaufgaben	Innermathematische vs.anwendungsbezogene Aufgaben Gelöste Beispiele einbauen (für Clipbords) Abstrakte Aufgaben einbauen (für Microskopes) Selbstregulationselemente verstärken (für Beach Balls) Partnerbearbeitung einer LHA zulassen (für Puppies)
Wahlaufgaben	Komplexe geschlossene vs. offene Aufgaben (für Clipboards) Innermathematische vs. anwendungsbezogene Aufgaben Hilfen und Feedback z.B. in interaktiven Lernumgebungen (v.a.Puppies, Clipboards) Arbeitsform frei wählbar (einzeln, in Gruppen)
Einstiege	Offene vs. geschlossene Aufgaben (für Clipboards) Innermathematische vs. anwendungsbezogene Situationen Theoretische Darstellung zum Thema alternativ anbieten (für Microscopes) Arbeitsform frei wählbar (einzeln, in Gruppen)

pro Lehre

Schlussfolgerungen

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Didaktische Analyse

Berücksichtigung der vier stilbasierten Zielfragen bei der Stoffanalyse und bei der Aufgabenwahl (vor allem für Einstiege, Übungen und (Langfristige) Hausaufgaben)

1. Welche Fähigkeiten, Verfahren und Schlüsselbegriffe müssen die Lernenden beherrschen?
   Lernprotokoll, Checkliste, mind-map
2. Welche Kernbegriffe, Muster oder Prinzipien müssen die Lernenden vertieft verstehen?
   Wdhlg. und Wachhalten - mit vermischten Kopfübungen
3. Wie werden die Lernenden persönlichen Bezug zur Mathematik herstellen oder gesellschaftliche Relevanz der Mathematik entdecken?

Lerntagebuch, eigene Beispiele finden, Mathegeschichten erfinden...

4. Wie werden die Lernenden neue mathematische Sachverhalte erkunden, visualisieren, anwenden oder mit ihnen experimentieren?

Enaktiv
Ikonisch
Symbolisch

pro Lehre

Überblick

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

I. Welche Differenzwahrnehmungen sind für die Gestaltung des MU von Bedeutung?

Exkurs: Lernpräferenzen

II. **Tätigkeitstheoretischer Hintergrund – offene Differenzierung**

3-Säulenkonzept zum Umgang mit Heterogenität im MU:

Prophylaxe – Diagnose - Therapie

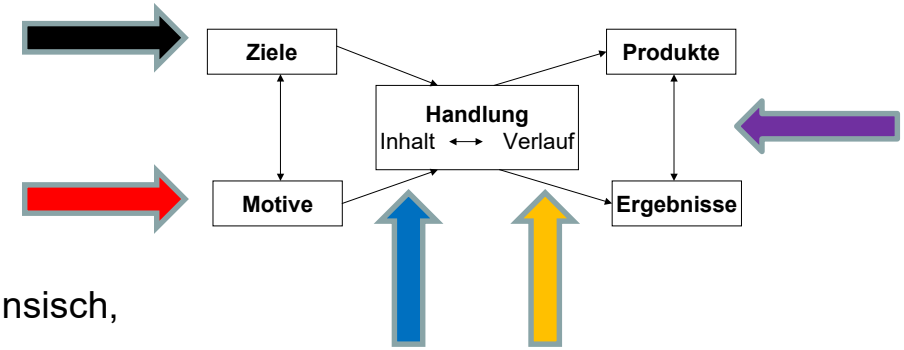
III. Elemente des Unterrichtskonzepts von MABIKOM und MAKOS

IV. Aufgabenset und Blütenaufgabe - Beispiele aus den Projekten

II. Tätigkeitstheoretischer Hintergrund

Zielwahrnehmung und Zielverarbeitung, wenn Lernanforderungen gestellt werden

Modell der Lerntätigkeit nach Lompscher (1972, 1984)



Umgang mit Fehlern, Kommunikationsfähigkeit, Reflexionsbereitschaft und -fähigkeit

Motivationslage
intrinsisch – extrinsisch, Einstellungen, Interessenbreite, Elternerwartung, Lehrervorbild...

Niveau des math. Wissens und Könnens, Grundvorstellungen, Werkzeugkompetenz, Weltwissen...

Verlaufsqualitäten des Denkens, Arbeitstempo, kognitive Stile, Festigungsbedarf und Selbstregulations-kompetenz

Binnendifferenzierung erfordert Diagnose, „Prophylaxe“ und „Therapie“ (Förderung)

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Vermeiden von (neuen) hemmenden Unterschieden

- **Ziel- und Inhalts-transparenz für die Lernenden sichern**
- **Wachhalten von Grundwissen und Grundkönnen**

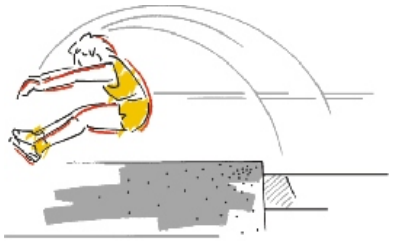
Reaktion auf Unterschiede der Lernenden

Förderung der Selbstregulation
(Diagnose, Selbsteinschätzung, Feedback)

Vielseitige kognitive Aktivierung der Lernenden durch vielfältige Aufgabentypen und Wahlmöglichkeiten
(bzgl. Kontext, Offenheit, Schwierigkeit)

Didaktische Perspektive:

offene versus geschlossene Differen-zierung



pro Lehre

Überblick

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

I. Welche Differenzwahrnehmungen sind für die Gestaltung des MU von Bedeutung?

Exkurs: Lernpräferenzen

II. **Tätigkeitstheoretischer Hintergrund – offene Differenzierung**

3-Säulenkonzept zum Umgang mit Heterogenität im MU:

Prophylaxe – Diagnose - Therapie

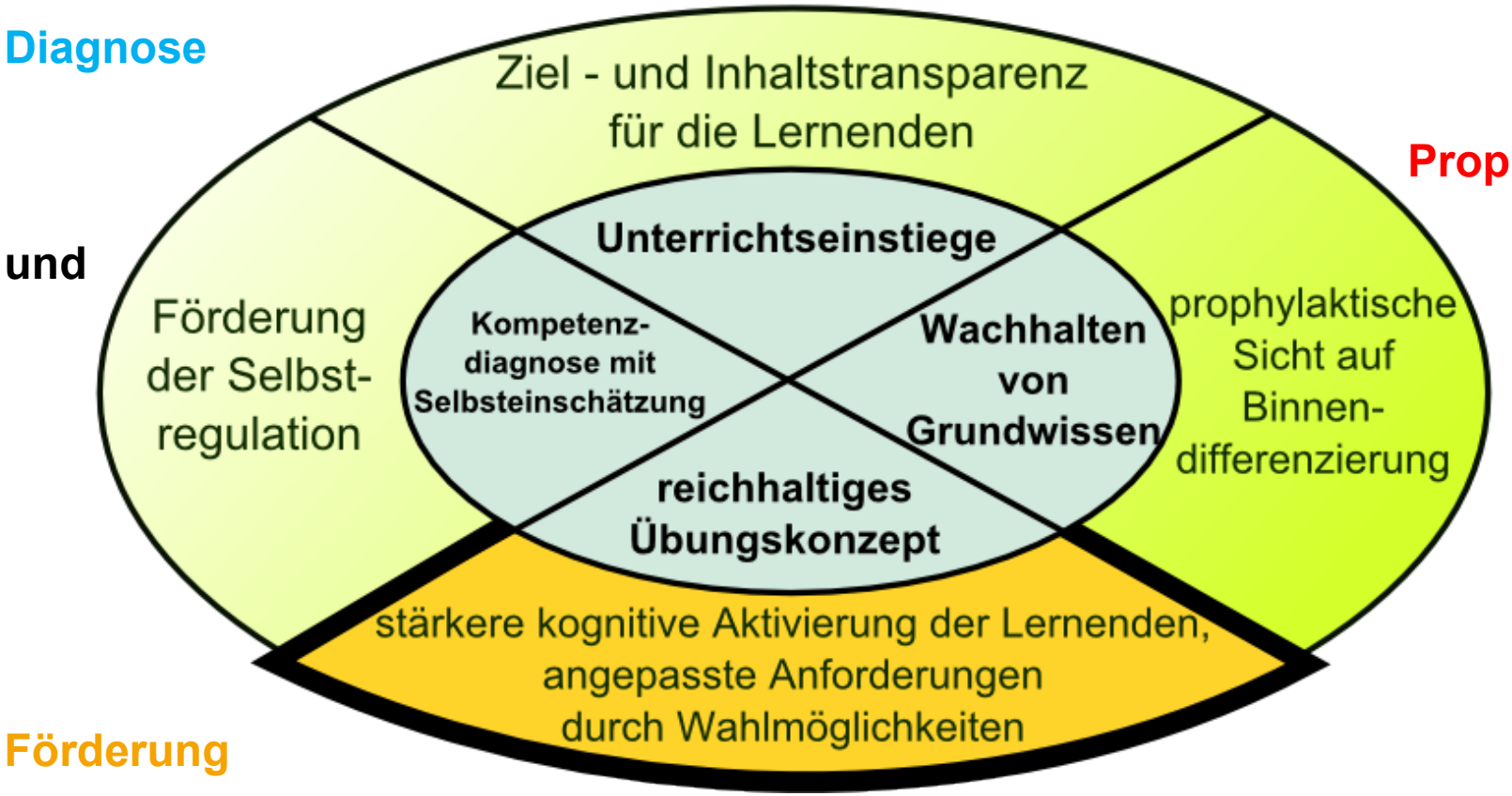
III. Elemente des Unterrichtskonzepts von MABIKOM und MAKOS

IV. Aufgabenset und Blütenaufgabe - Beispiele aus den Projekten

pro Lehre

Unterrichtskonzept zur Binnendifferenzierung

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT



Ausführliche theoretische Begründung bei Bruder & Reibold, 2012

pro Lehre

MAthematische Kompetenzentwickung in der OberStufe

MAKOS 2014-2016

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Entwicklung und Erprobung technologiegestützter, binnendifferenzierender Unterrichtsbausteine für die Oberstufe

zur

Unterstützung der Implementierung des KC Mathematik für die gymnasiale Oberstufe in Hessen

als

Kooperationsprojekt von 12 Schulen, Studienseminaren und Universitäten in Kassel und Darmstadt

Zugang Material-Moodlekurs: https://wwwdid.mathematik.tu-darmstadt.de/moodledidaktik/course/view.php?id=18

Kursname hier: MAKOS Handreichungen KC Oberstufe Hessen ---> **Zugangsschlüssel: hessendiff14**

HESSEN Hessisches Kultusministerium

DZLM

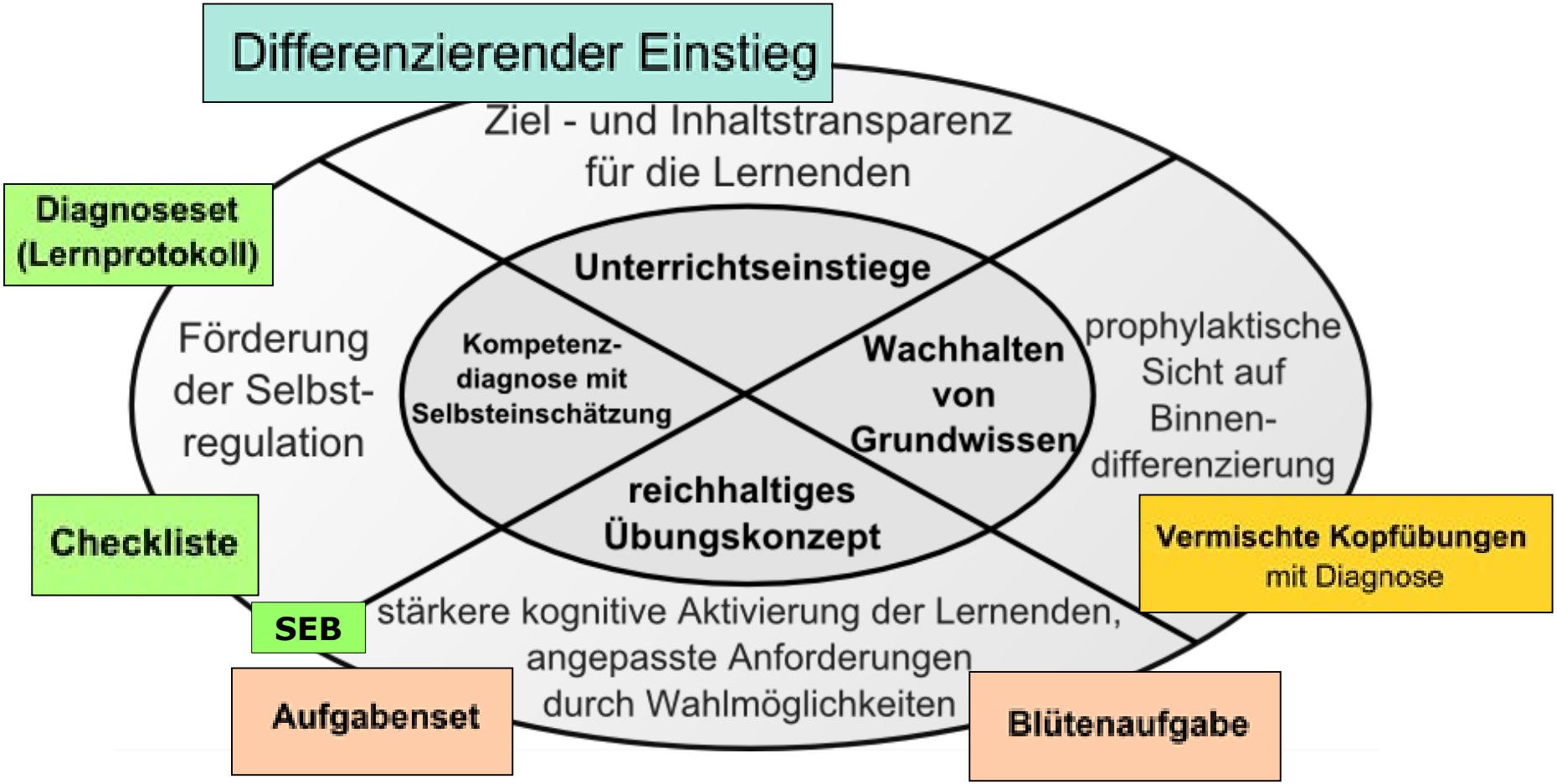
Studienseminare Darmstadt, Frankfurt und Kassel

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

UNIKASSEL VERSITÄT

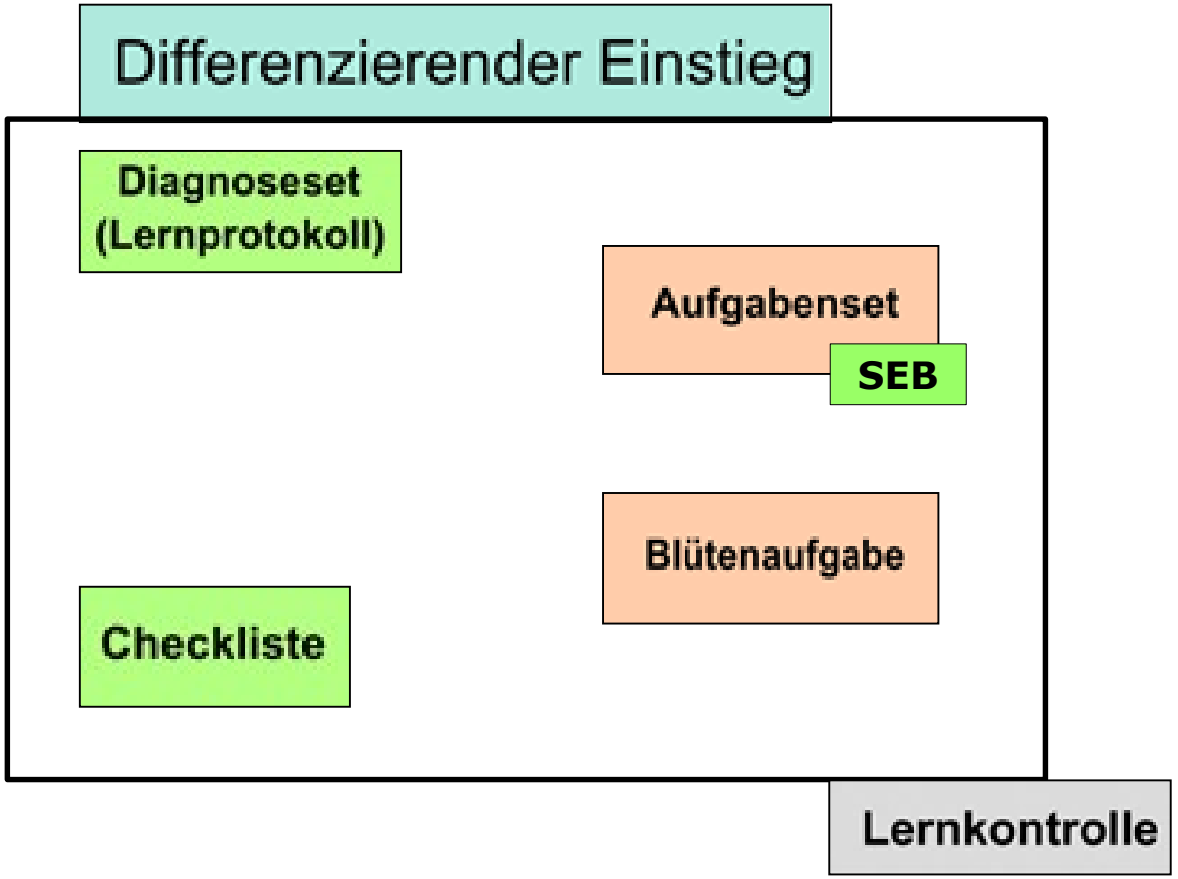
pro Lehre

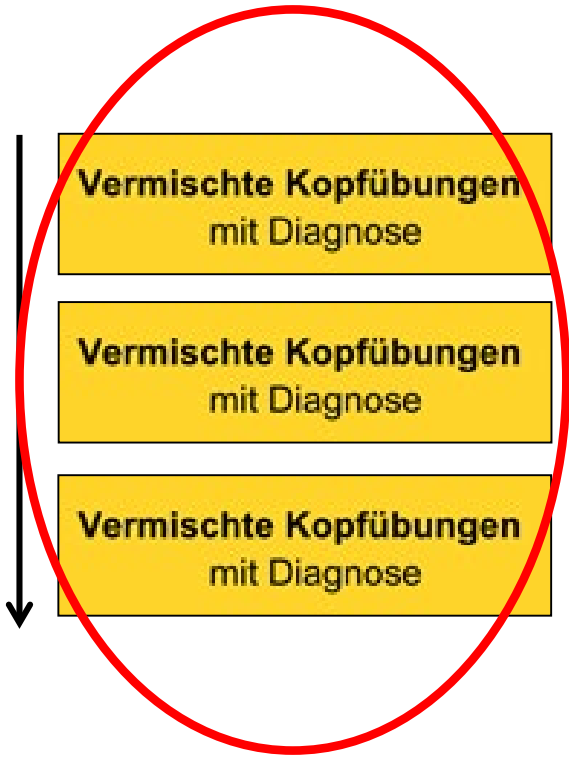
Konkretisierung der Elemente anhand von Unterrichtsbausteinen



Konkretisierung der Elemente anhand von Unterrichtsbausteinen

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT





pro Lehre

Vermischte Kopfübungen

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Ziel ist das **Wachhalten** von Basiskompetenzen aus **früheren** Themen und Klassenstufen durch eine rituelle Lerngelegenheit.

Dazu notieren die SuS ihre Lösungen zu etwa 5-10 im Kopf lösbaren Basisaufgaben.

Kurzer Ergebnisvergleich – individuell zu bearbeitendes „Nachlernmaterial“ steht bereit

- **Grundvorstellungen und Grundwissen wachhalten**
- **ohne Taschenrechner**
- **Themenmix in jeder Kopfübung**
- **Erkennen eigener Stärken und Schwächen**
- **wöchentliches Ritual,**
- **ca. 10 Minuten**

Intelligente regelmäßige Kopfübungen für die Grundlagensicherung

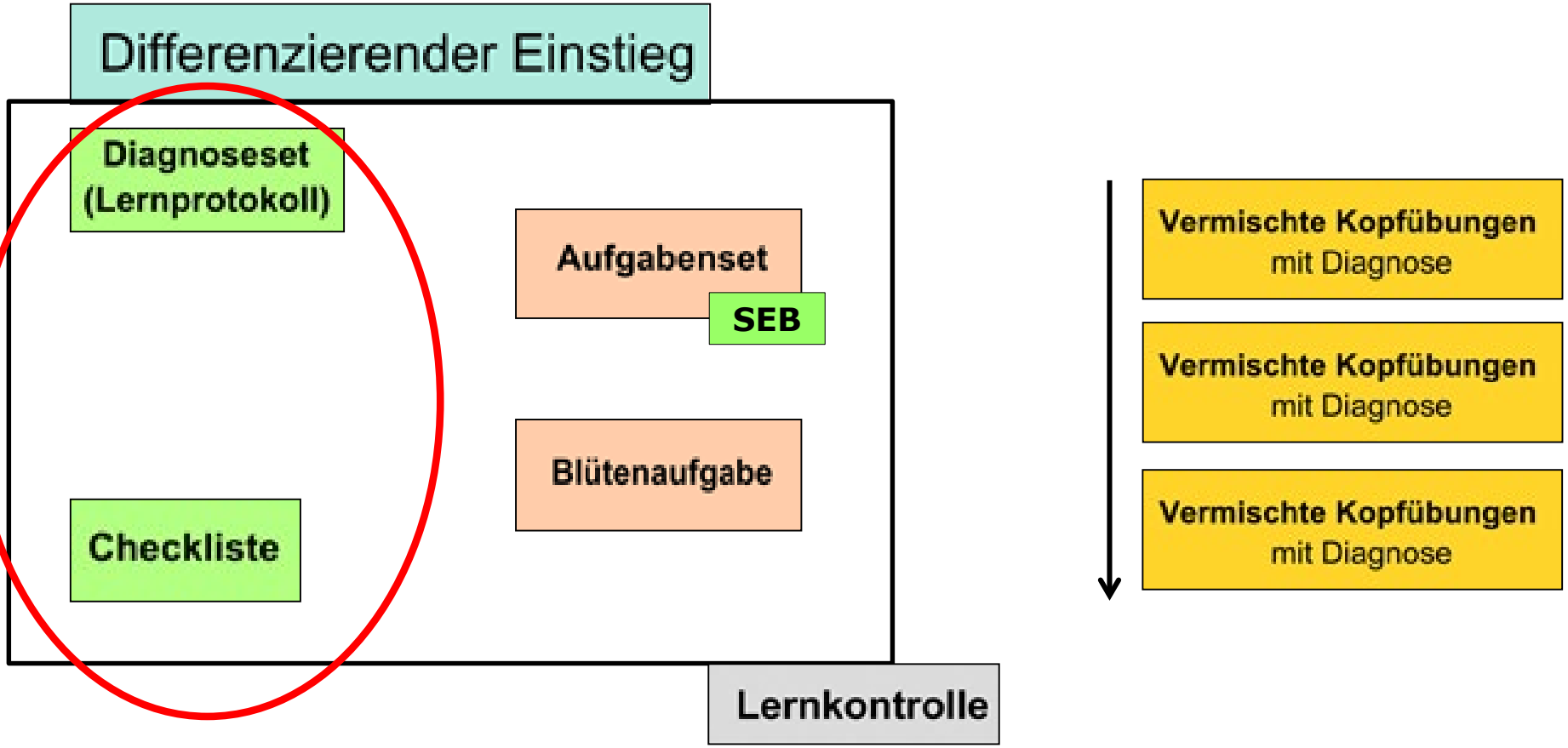
TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- Löse die Gleichung im Kopf: $3x - 5 = 1$
- Gib Maße für zwei verschiedene Dreiecke an mit $20cm^2$ Flächeninhalt.
- Gib einen Überschlag an für den Umfang eines Kreises mit 15cm Durchmesser.
- Auf einer Karte im Maßstab 1: 200000 werden 4cm zwischen zwei Orten gemessen. Wie groß ist die reale Entfernung?
- Gib zwei Beispiele an, die in der Form $a \cdot b = c$ beschrieben werden können und eins, bei dem das nicht sinnvoll ist!
- Notiere alle Primzahlen bis 20.
- Unter welchen Voraussetzungen kann man den Satz des Pythagoras anwenden?
- Was ist 80cm lang?
- Schreibe drei Achtel als Kommazahl
- $11^2 = ?$
- …

pro Lehre

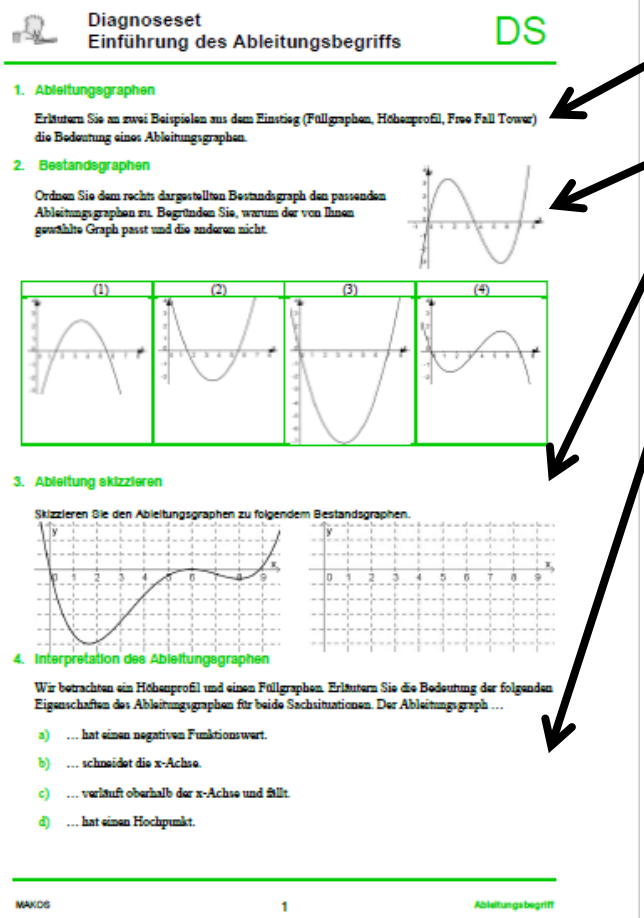
Konkretisierung der Elemente anhand von Unterrichtsbausteinen

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT



pro Lehre

Diagnoseset DS E2



Diagnoseset
Einführung des Ableitungsbegriffs
DS

1. Ableitungsgraphen

Erläutern Sie an zwei Beispielen aus dem Einstieg (Füllgraphen, Höhenprofil, Free Fall Tower) die Bedeutung eines Ableitungsgraphen.

2. Bestandsgraphen

Ordnen Sie dem rechts dargestellten Bestandsgraph den passenden Ableitungsgraphen zu. Begründen Sie, warum der von Ihnen gewählte Graph passt und die anderen nicht.

(1) (2) (3) (4)

3. Ableitung skizzieren

Skizzieren Sie den Ableitungsgraphen zu folgendem Bestandsgraphen.

4. Interpretation des Ableitungsgraphen

Wir betrachten ein Höhenprofil und einen Füllgraphen. Erläutern Sie die Bedeutung der folgenden Eigenschaften des Ableitungsgraphen für beide Sachsituationen. Der Ableitungsgraph …

a) … hat einen negativen Funktionswert.
b) … schneidet die x-Achse.
c) … verläuft oberhalb der x-Achse und fällt.
d) … hat einen Hochpunkt.

MAKOS 1 Ableitungsbegriff

- Erläutern eines Einstiegsbeispiels (Worum geht es?)
- Lösen einer Grundaufgabe und ihrer Umkehrung
- Herstellen von Sinn- und Sachbezug

Checkliste CL Q2

Basis-Fachwissen und allgemeine Kompetenzen auf mittlerem Niveau erfassen; Beispielaufgabe

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Checkliste
Orientierung und Bewegung im Raum

CL

Kann ich ohne größere Probleme lösen!

Ich habe eine Lösungsidee, kann ich mit kleinen Hilfestellungen lösen!

Ich habe keine Lösungsidee, kann ich noch nicht alleine lösen!

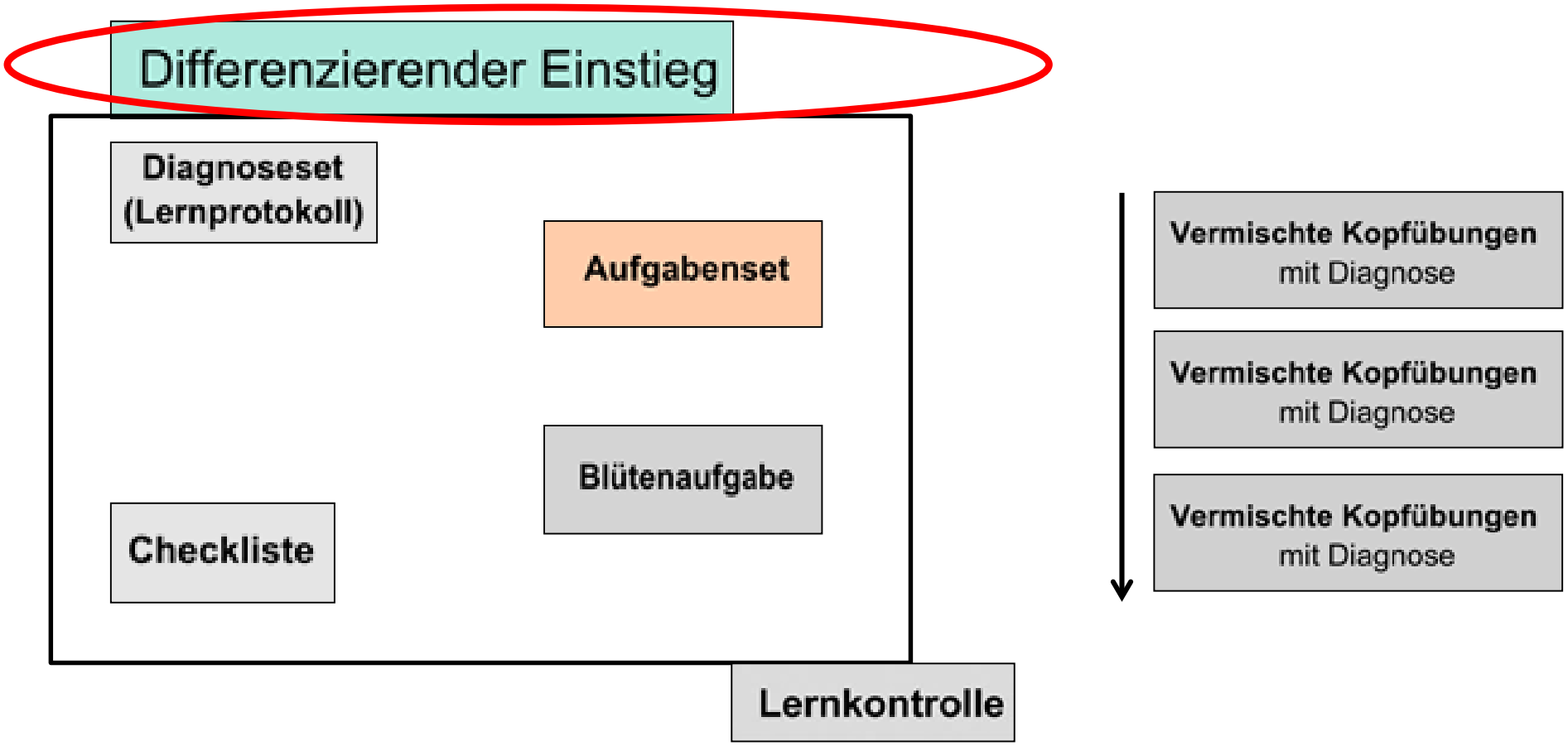
Ich kann …	Beispielaufgabe				Aufgaben
…Punkte und Vektoren in ein dreidimensionales Koordinatensystem einzeichnen..	a) Zeichnen Sie die Punkte A(3|0|0); B(4|3|0); C(1|4|0) und G(1|4|5) in ein Koordinatensystem. b) Ergänzen Sie die Punkte zu einem Quader und geben Sie die Koordinaten der restlichen Punkte an.				
…Punkte und Vektoren in ein dreidimensionales Koordinatensystem einzeichnen.	a) Berechnen Sie die Verschiebung, die folgende Linearkombination beschreibt: $3 \cdot \begin{pmatrix} 8 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} -10 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} - 2 \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 0{,}5 \\ 2 \end{pmatrix}$ b) Gegeben sind die Punkte A(4|3|-5), B(7|4|1) und C(5|1|3). Bestimmen Sie die Koordinaten des Punktes D, so dass es sich bei den Punkten A, B, C und D um die Eckpunkte eines Parallelogramms handelt. c) Weisen Sie rechnerisch nach, dass es sich bei dem in Aufgabe 1b gezeichneten Quader nicht um einen Würfel handelt und berechnen Sie das Volumen des Quaders.				
…Vektoren auf lineare (Un-) Abhängigkeit untersuchen.	Kreuzen Sie die richtigen Antworten an und verbessern sie gegebenenfalls falsche Aussagen: ☐ Zwei Vektoren sind linear abhängig, wenn sie parallel sind. ☐ Die Vektoren $\vec{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \vec{v} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, und $\vec{w} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, sind linear abhängig. ☐ Lässt sich ein Vektor als Linearkombination zweier anderer Vektoren darstellen, so sind diese Vektoren linear unabhängig. ☐ Die Vektoren $\vec{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \vec{v} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, und $\vec{w} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$, sind nur linear unabhängig, wenn gilt: $r \cdot \vec{u} + s \cdot \vec{v} = \vec{w}$ mit $r = s$.				

MAKOS 1 Q2.2

pro Lehre

Konkretisierung der Elemente anhand von Unterrichtsbausteinen

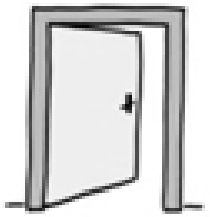
TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT



pro Lehre

Eigenschaften Differenzierender Einstieg

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT



Differenzierung nach

- verschiedenen Kontexten
- Darstellungsformen
- Erkenntnisebenen/niveaugestufte Schwierigkeitsgrade (*/**/***)
- Berücksichtigung unterschiedlicher Lerntypen

Qualitätskriterien

Die (Lern-)Aufgaben sollten…

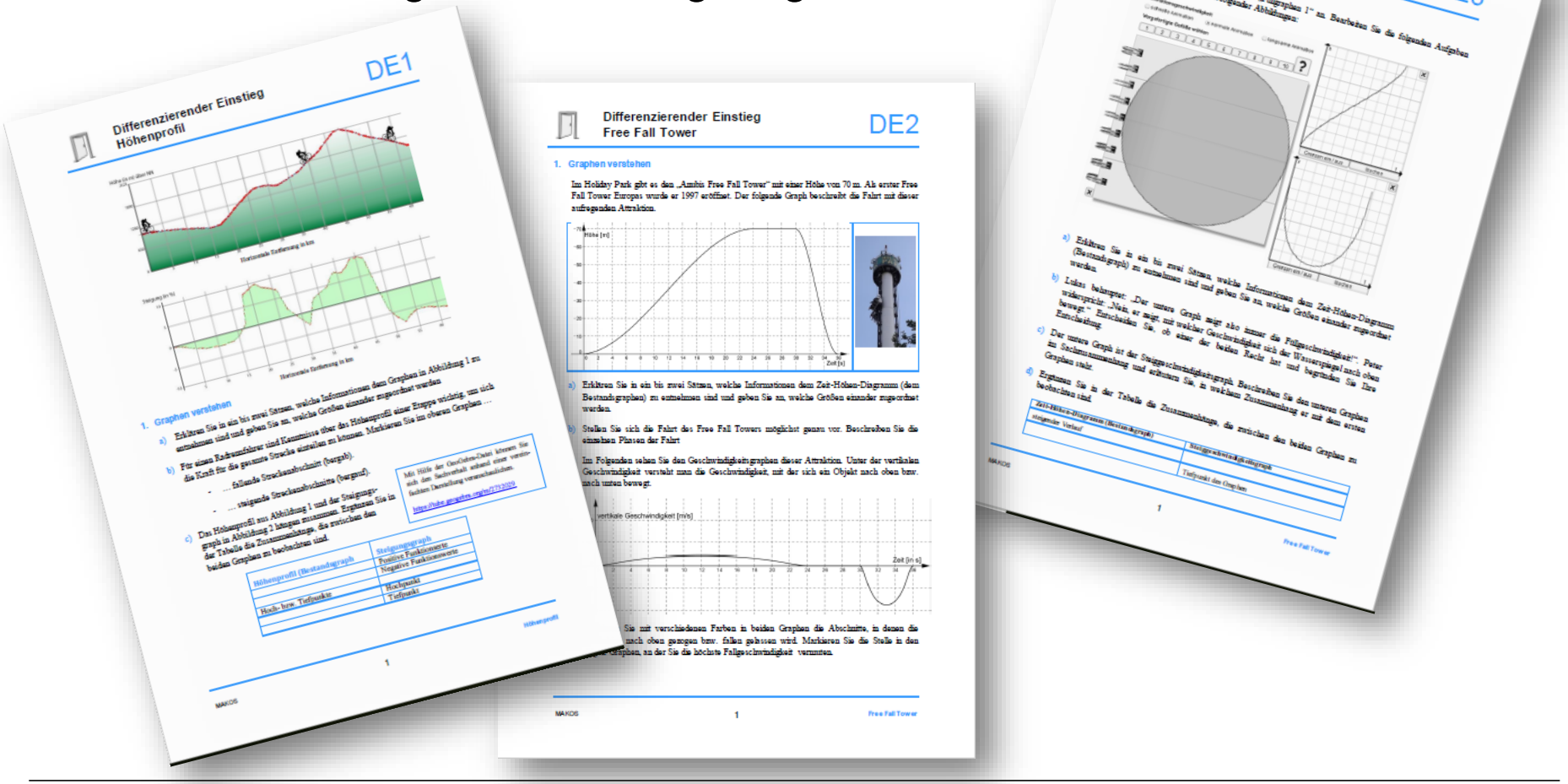
- „weittragend" sein im Sinne von „eine Grundvorstellung anregend", auf die sich künftig bezogen werden kann.
- auf einen zentralen Themenaspekt fokussiert sein.
- Neugier am Thema wecken.
- eine überschaubare mathematische Komplexität aufweisen
- und damit eine erfolgreiche Bearbeitung für alle Schülerinnen und Schülerer möglichen.

pro Lehre

Differenzierender Einstieg

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Thema: Einführung des Ableitungsbegriffs



pro Lehre

Systematisierung der Einstiege

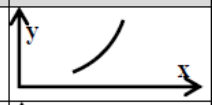
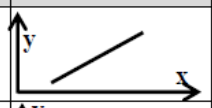
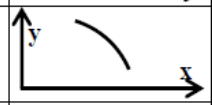
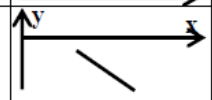
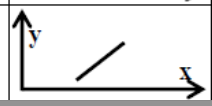
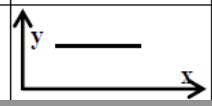
- Präsentieren und Vergleichen der Ergebnisse aus den drei unterschiedlichen Kontexten
- Reflektieren der Lösungen
- Gemeinsamkeiten abstrahieren

Aufgaben

a) Stellen Sie sich in Ihren Gruppen ihre Kontexte und die zugehörigen Aufgabenstellungen bzw. Lösungen vor.

b) Nehmen Sie die erste Zeile der Tabelle als Muster. Füllen Sie zunächst die Textfelder der Tabelle aus. Nutzen Sie im Anschluss die Puzzleteile um die Spalten zwei und vier zu ergänzen

c) Notieren Sie Fragen zu Aspekten in den Einstiegen oder in der unteren Tabelle, die innerhalb Ihrer Gruppe noch unklar sind.

Der Bestandsgraph ...		Der Ableitungsgraph ...		Mögliche Bedeutung		
				Höhenprofile	Free Fall Tower	Füllgraphen
steigt an.		verläuft im positiven Bereich.		Die Straße steigt an.	Die Fahrkabine bewegt sich nach oben.	Der Wasserspiegel steigt an.
fällt.		verläuft im negativen Bereich.		Die Straße geht bergab.	Die Fahrkabine bewegt sich nach unten.	Der Wasserspiegel sinkt.
steigt gleichmäßig an bzw. fällt gleichmäßig		verläuft parallel zur x-Achse.		Die Straße hat eine konstante Steigung.	Die Fahrkabine bewegt sich mit konstanter Geschwindigkeit.	Der Wasserspiegel ändert sich mit kon-stanter Geschwindigkeit.

Aufbau der differenzierten Einstiege

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

1. • **Graphen verstehen**
   Verständnis für Sachkontext entwickeln Zusammenhänge zwischen Bestandsgraph und Steigungsgraph erkennen
2. • **Graphen einander zuordnen**
3. • **Graphen skizzieren**
4. • **Eigene Beispiele entwickeln**

Orientierung am Muster, Identifizierungs- und Realisierungshandlungen

Schrittweise Verallgemeinerung im gegebenen Kontext, Abstrahieren

pro Lehre

Überblick

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

I. Welche Differenzwahrnehmungen sind für die Gestaltung des MU von Bedeutung?
   Exkurs: Lernstile

II. **Tätigkeitstheoretischer Hintergrund – offene Differenzierung**
   3-Säulenkonzept zum Umgang mit Heterogenität im MU:
   Prophylaxe – Diagnose - Therapie

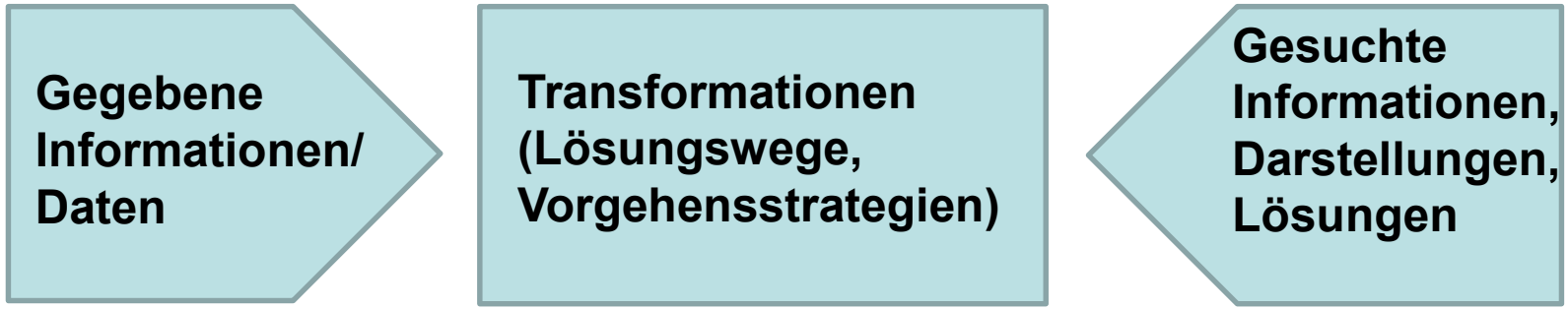
III. Elemente des Unterrichtskonzepts von MABIKOM und MAKOS

IV. **Aufgabenset und Blütenaufgabe - Beispiele aus den Projekten**
   Exkurs: Zieltypen für Aufgaben

Exkurs: Zieltypen für Aufgaben

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Eine Aufgabe besteht aus drei Komponenten, die entweder bekannt sind oder nicht (stark vereinfacht):



×	×	×	Gelöste Aufgabe, Musterbeispiel
×	×	-	Grundaufgabe

pro Lehre

Acht zentrale Aufgabentypen für nachhaltiges Lernen mit Beispielen:

Gegebenes	Transformationen	Gesuchtes	Bezeichnung des Aufgabentyps	Beispielaufgabe
X	X	X	gelöste Aufgabe, Musteraufgabe Aufgabe zur Fehlersuche	- Stimmt das? - Wo steckt der Fehler?
X	X	—	einfache Bestimmungs- (**Grundaufgabe**)	Löse die quadratische Gleichung $3x^2-7x=8$
—	X	X	einfache **Umkehraufgabe**	Gib eine quadratische Gleichung an, die 2 und -3 als Lösungen hat.
X	—	X	Beweisaufgabe, Spielstrategie finden	Beim Nimm-Spiel gewinnt Frank immer. Wie macht er das? Warum ist die Formel zur Lösung quadratischer Gleichungen richtig ?
X	—	—	schwere Bestimmungsaufgabe	Ist eine Tetra-Pack- Milchtüte verpackungsoptimal gestaltet?
—	—	X	schwierige Umkehraufgabe, Modellierungsproblem mit Zielvorgabe.	Ein Teich soll eine Fläche von ca. $10m^2$ erhalten
—	X	—	Aufforderung, eine Aufgabe zu einem gegebenen mathematischen Werkzeug zu erfinden	Erfinde Beispielaufgaben zu den drei typischen Fragestellungen der Prozentrechnung
—	—	—	Problemsituation mit offenem Ausgang	Führe eine Befragung zu einem gegebenen Thema bei Deinen Mitschülern durch und stelle die Ergebnisse vor.

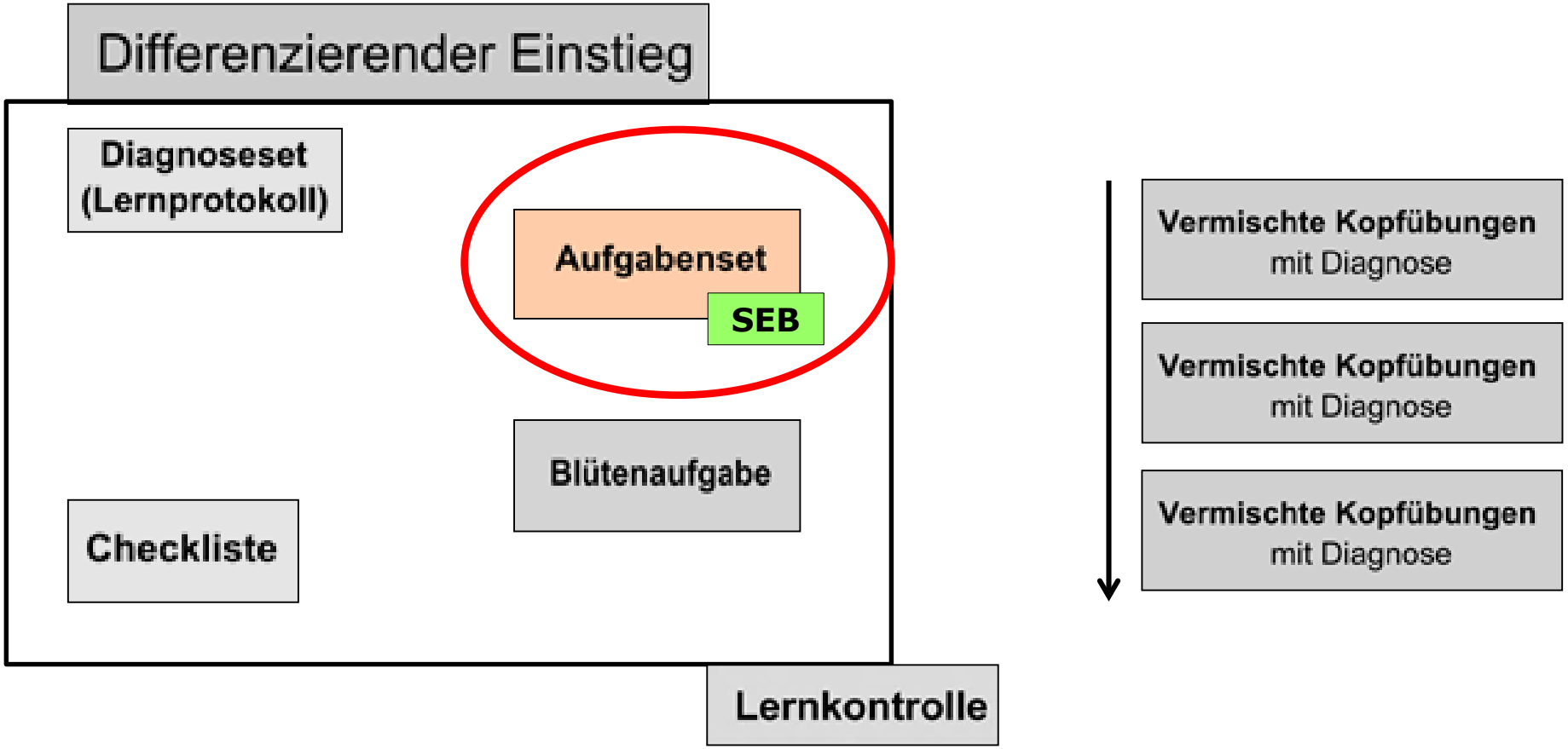
Aufgabentypen

- „intelligente“ (Teil-)Aufgaben, um ein Thema unter verschiedenen Perspektiven zu betrachten für nachhaltiges Lernen

✓ ✓ ✓
✓ ✓ -
- ✓ ✓
✓ - ✓
✓ - -
- - ✓
- ✓ -
(-) – (-)

  - Unterscheidung zwischen offenen und geschlossenen Aufgaben
  - Unterscheidung, ob (nur) der Weg oder eher das Ziel wichtig ist, oder beides
  - Objektivierbare Schwierigkeitsmerkmale von Aufgaben sind neben potenziellen Verstehenshürden (Sprache, Fachvokabular, Formalisierung) vor allem die **Komplexität** (Mehrschrittigkeit) und der **Ausführungsaufwand** (Fehleranfälligkeit)
  - Wesentlich, aber von der Lernsituation abhängig: **Bekanntheitsgrad**

Konkretisierung der Elemente anhand von Unterrichtsbausteinen



Aufgabenset zum Thema Scheitelpunkt von Parabeln

In den ersten drei Aufgaben ist jeweils der Scheitelpunkt der quadratischen Funktionen gesucht:

1. $f(x) = (x-3)^2+7$

Grundaufgabe

2. $f(x) = 3(x+5)^2+4$

3. $f(x) = 0{,}5x^2-6$

4. Die Normalparabel wird um 2 Einheiten nach rechts und um 6,5 Einheiten nach unten verschoben. Wie lautet die Scheitelpunktform der neuen Parabel?

(- , x, x)

5. Bernd hat zu dem abgebildeten Graphen den Funktionsterm aufgestellt. Sein Ergebnis ist $f(x) = 2(x-5)^2+2$ Erkläre, was Bernd falsch gemacht hat.

……

(x , (x), x)

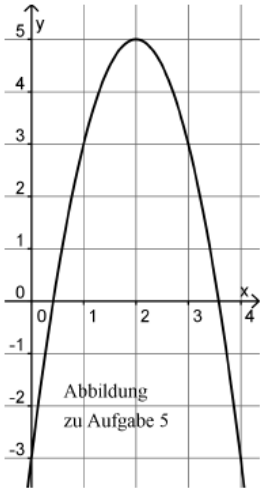


Abbildung zu Aufgabe 5

Aufgabenset zum Thema Scheitelpunkt von Parabeln

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

pro Lehre

In den ersten drei Aufgaben ist jeweils der Scheitelpunkt der quadratischen Funktionen gesucht:

1. $f(x) = (x-3)^2+7$
2. $f(x) = 3(x+5)^2+4$
3. $f(x) = 0{,}5x^2-6$
4. Die Normalparabel wird um 2 Einheiten nach rechts und um 6,5 Einheiten nach unten verschoben. Wie lautet die Scheitelpunktform der neuen Parabel?
5. Bernd hat zu dem abgebildeten Graphen den Funktionsterm aufgestellt. Sein Ergebnis ist $f(x) = 2(x-5)^2+2$ Erkläre, was Bernd falsch gemacht hat.

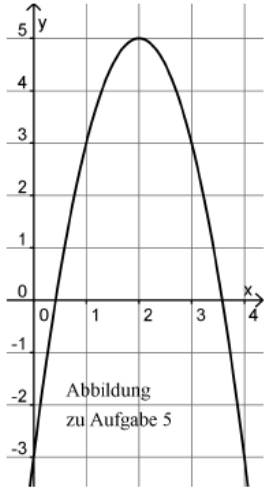


Abbildung zu Aufgabe 5

6. Die Flugbahn eines Balles wird durch eine Parabel beschrieben. Was bedeuten in dieser Situation der Streckfaktor und der Scheitelpunkt? Welche Werte kann der Streckfaktor hier annehmen? (- , x, -)

7. Die Normalparabel wurde so verschoben, dass sie die x-Achse an den Stellen 1 und 5 schneidet. Wie lautet die neue Funktionsgleichung? (x , -, -)

8. Gib die Gleichung von zwei möglichst unterschiedlichen Parabeln an, deren Scheitelpunkt im Punkt S(0/3) liegt. (- , -, x)

Aufgabenset zum Thema Scheitelpunkt von Parabeln

In den ersten drei Aufgaben ist jeweils der Scheitelpunkt der quadratischen Funktionen gesucht:

1. $f(x) = (x-3)^2+7$
2. $f(x) = 3(x+5)^2+4$
3. $f(x) = 0{,}5x^2-6$
4. Die Normalparabel wird um 2 Einheiten nach rechts und um 6,5 Einheiten nach unten verschoben. Wie lautet die Scheitelpunktform der neuen Parabel?
5. Bernd hat zu dem abgebildeten Graphen den Funktionsterm aufgestellt. Sein Ergebnis ist $f(x) = 2(x-5)^2+2$ Erkläre, was Bernd falsch gemacht hat.

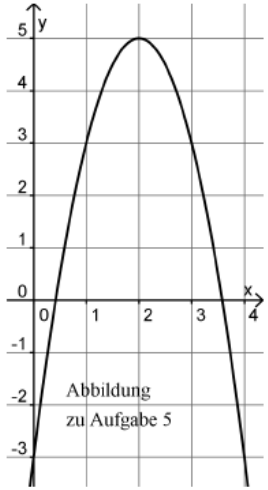


Abbildung zu Aufgabe 5

.....

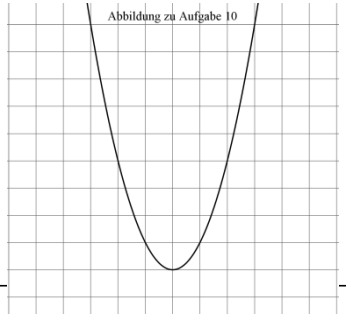
6. Die Flugbahn eines Balles wird durch eine Parabel beschrieben. Was bedeuten in dieser Situation der Streckfaktor und der Scheitelpunkt? Welche Werte kann der Streckfaktor hier annehmen?
7. Die Normalparabel wurde so verschoben, dass sie die x-Achse an den Stellen 1 und 5 schneidet. Wie lautet die neue Funktionsgleichung?
8. Gib die Gleichung von zwei möglichst unterschiedlichen Parabeln an, deren Scheitelpunkt im Punkt S(0/3) liegt.

.....

9. Welchen Einfluss haben die Parameter *a* und *d* in der Funktionsgleichung $f(x)=a(x-d)^2+0{,}1$ auf die Anzahl der Nullstellen?

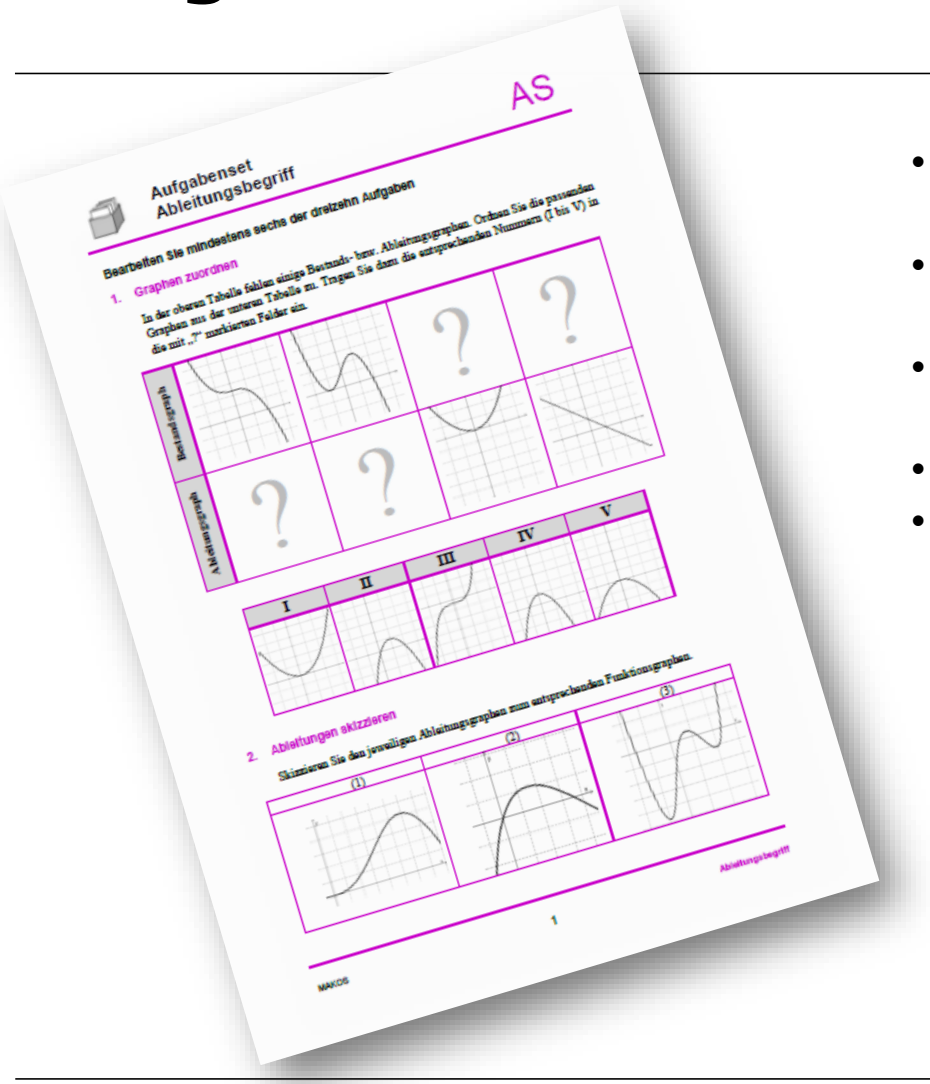
(x , -, -)

10. In der Abbildung ist der Graph der quadratischen Funktion $f(x)=0{,}5(x-3)^2-1$ dargestellt. Leider wurde vergessen, die Koordinatenachsen einzuzeichnen und zu beschriften. Ergänze sie.



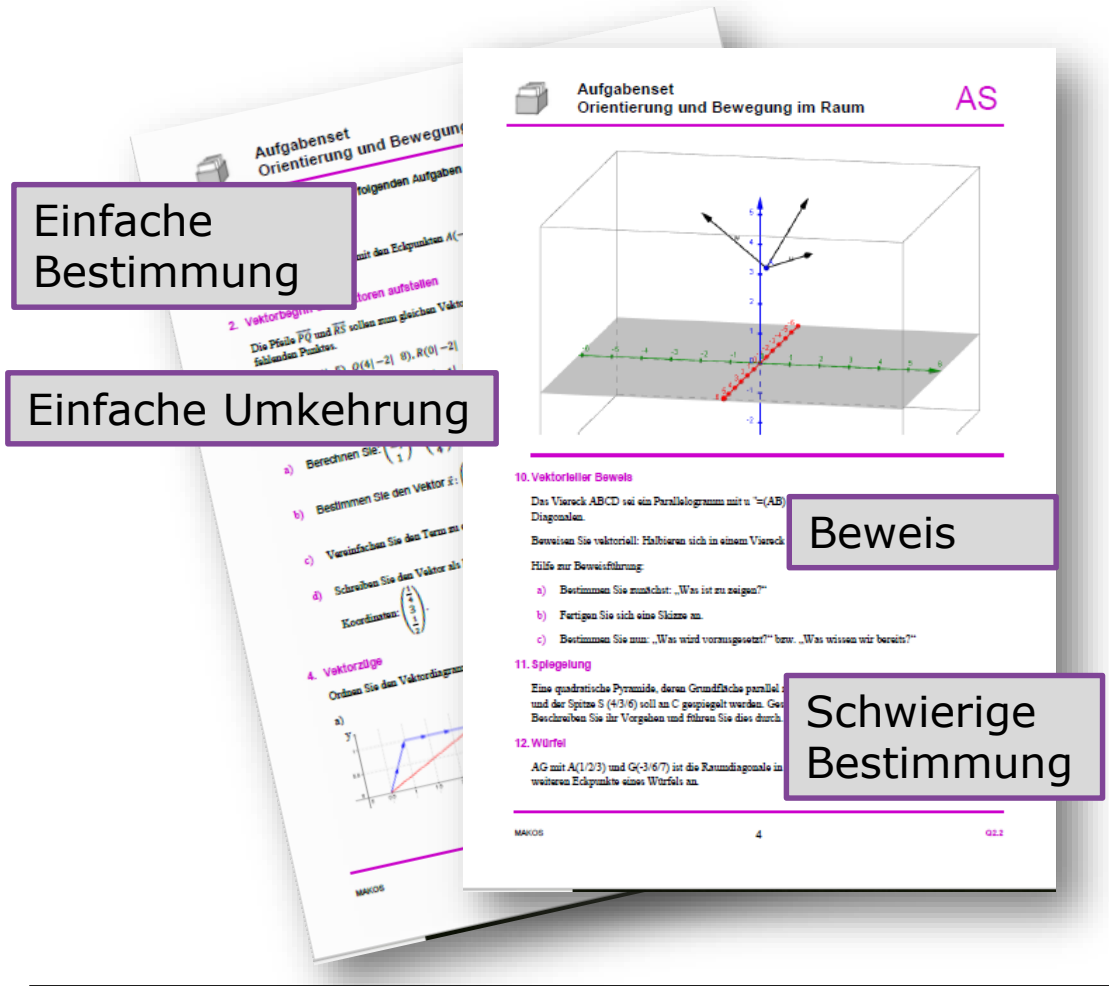
(x , -, -)

Aufgabenset



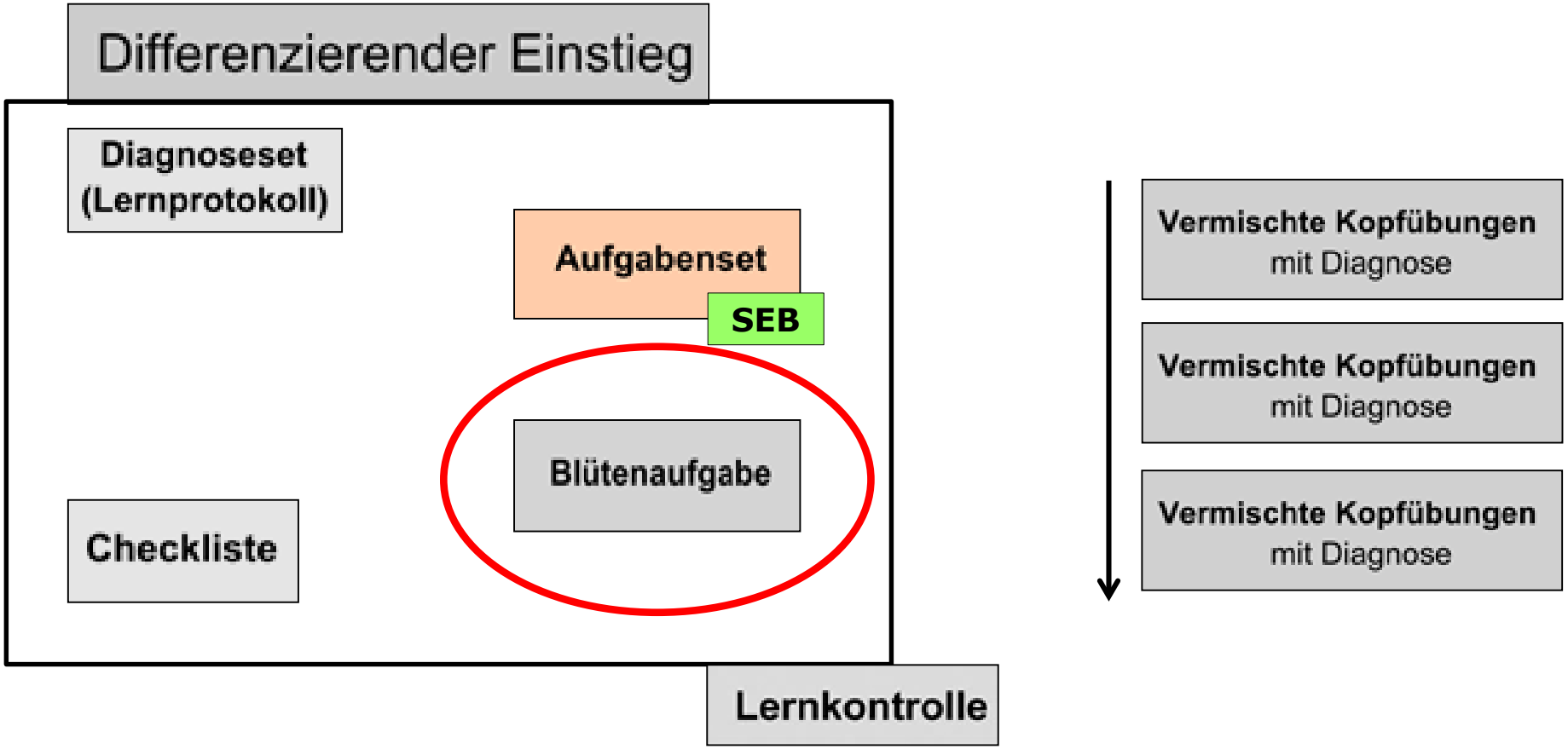
- freie Auswahl von beispielsweise 4-5 aus 10 Aufgaben (bzw. 3 aus 6).
- Schrittweise steigender Schwierigkeitsgrad (Level I-III)
- Meist innermathematische Aufgaben zu einem eng begrenzten Thema
- Variation der Aufgabenformate
- Verständnis fördern durch vielfältige Aufgaben und Perspektivwechsel

Qualitätsanforderungen an ein Aufgabenset



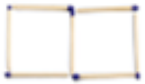
- Ein Teil der Aufgaben müssen von allen SuS zu bewältigen sein.
- Die Komplexität sowie der Ausführungsaufwand steigen an
- Erste Aufgaben umfassen *Grundaufgaben und deren Umkehrung*
- Die schwierigeren Teilaufgaben nehmen innermathematische Anwendungen, Sonderfälle oder erste Verallgemeinerungen in den Blick.
- Im Vordergrund steht ein verständnisvoller Umgang mit grundlegenden mathematischen Begriffen, Sätzen und Verfahren

Konkretisierung der Elemente anhand von Unterrichtsbausteinen



Blütenaufgabe zu Termen

Mit Streichhölzern sind Ketten mit Quadraten gelegt.

	Anzahl der Quadrate	Anzahl der Streichhölzer
	1	4
	2	7
	3	10
	5	16

➔ Arbeite 15 Minuten an diesen Aufgaben nach freier Wahl:

1. Vervollständige die Tabelle.
2. Wie viele Quadrate kann man aus 49 Streichhölzern legen?
3. Stelle einen Term für die Anzahl der Streichhölzer auf (k = Anzahl der Quadrate).
4. Skizziere eine andere Figurenkette und formuliere dazu einen Term.

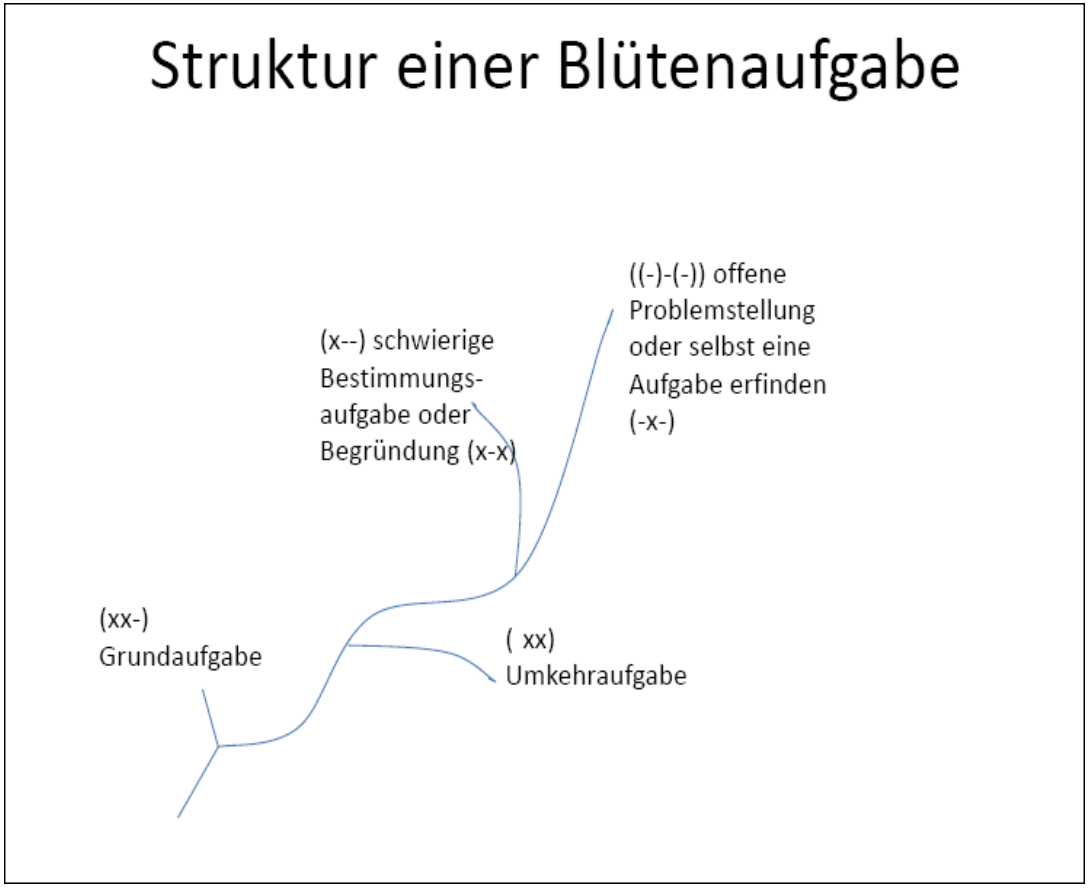
Blütenaufgaben

- drei bis fünf Teilaufgaben

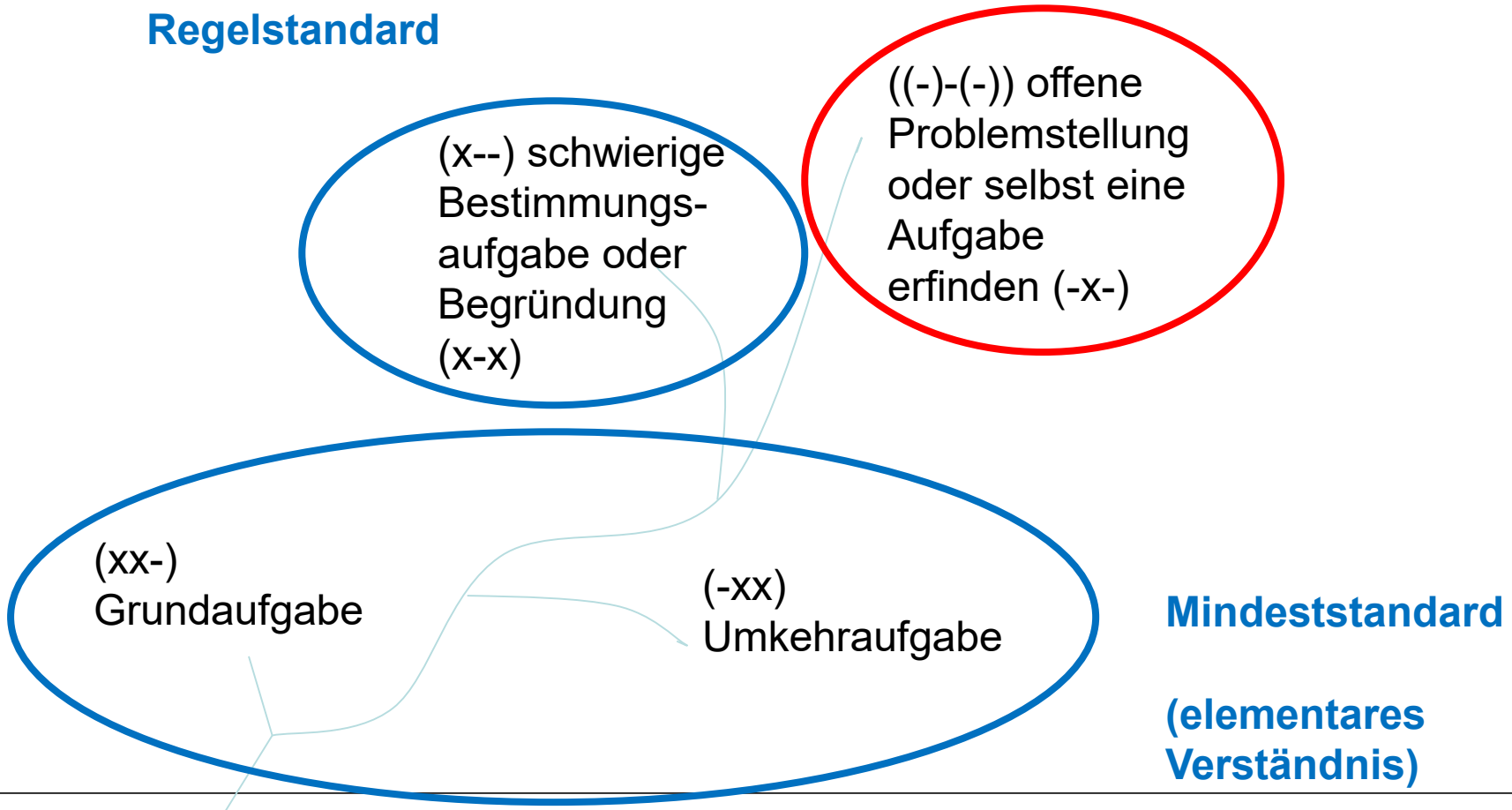
- steigender Schwierigkeitsgrad

-gemeinsamer Kontext

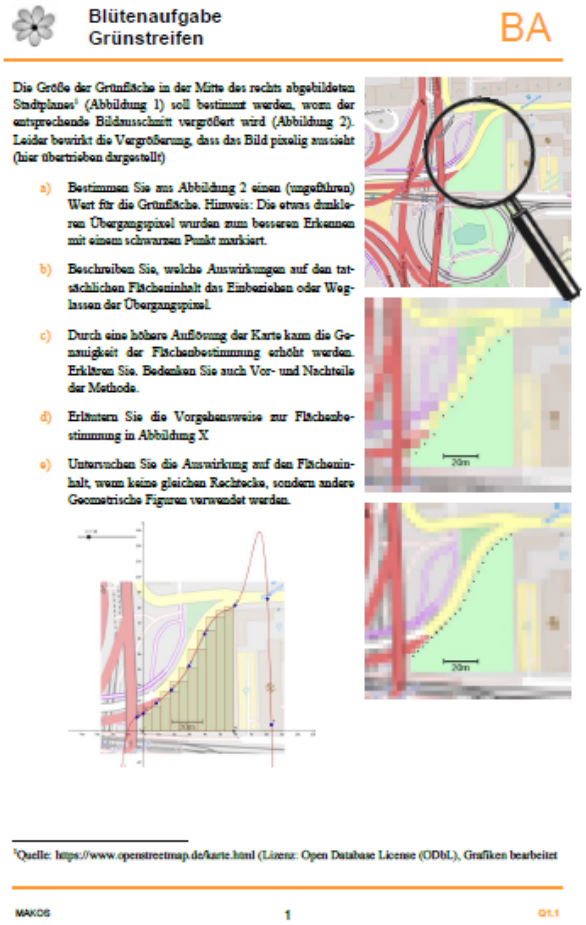
- evtl. zunehmende Öffnung



Zielniveaus einer Blütenaufgabe



Blütenaufgabe BA Q1



Blütenaufgabe
Grünstreifen

BA

Die Größe der Grünfläche in der Mitte des rechts abgebildeten Stadtplanes[1] (Abbildung 1) soll bestimmt werden, wozu der entsprechende Bildausschnitt vergrößert wird (Abbildung 2). Leider bewirkt die Vergrößerung, dass das Bild pixelig aussieht (hier übertrieben dargestellt)

a) Bestimmen Sie aus Abbildung 2 einen (ungefähren) Wert für die Grünfläche. Hinweis: Die etwas dunkleren Übergangspixel wurden zum besseren Erkennen mit einem schwarzen Punkt markiert.

b) Beschreiben Sie, welche Auswirkungen auf den tatsächlichen Flächeninhalt das Einbeziehen oder Weglassen der Übergangspixel.

c) Durch eine höhere Auflösung der Karte kann die Genauigkeit der Flächenbestimmung erhöht werden. Erklären Sie. Bedenken Sie auch Vor- und Nachteile der Methode.

d) Erläutern Sie die Vorgehensweise zur Flächenbestimmung in Abbildung X

e) Untersuchen Sie die Auswirkung auf den Flächeninhalt, wenn keine gleichen Rechtecke, sondern andere Geometrische Figuren verwendet werden.

[1]Quelle: https://www.openstreetmap.de/karte.html (Lizenz: Open Database License (ODbL), Grafiken bearbeitet

MAKOS 1 Q1.1

- gemeinsamen Kontextbezug für alle Teilaufgaben.
- Die ersten Teilaufgaben sind Grund- und Umkehraufgaben (Zieltypen: xx-, -xx).
- Der Kontext wird unter verschiedenen Blickwinkeln betrachtet und schrittweise variiert in Richtung der Zieltypen (x-- und -x- oder (-)-(-)).
- Eine komplette Öffnung ist nicht zwingend erforderlich.
- Der Ausführungsaufwand der Teilaufgaben darf nicht zu hoch sein.

Beispiel Jeansmaße (HS, RS)

(einfach; **Kern:** Zuordnungen darstellen und eine Rechenvorschrift beschreiben)

Ziel: Jede(r) soll mind. 3 Teilaufgaben schaffen

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

pro Lehre

Information: Jeansgrößen werden in inch angegeben und nicht in cm.

Du musst wissen: 1 inch entspricht 2,54 cm.

a. Die erste Zahl gibt den Taillenumfang (W) an. Wie viel cm beträgt der Taillenumfang bei der Größe W 30?

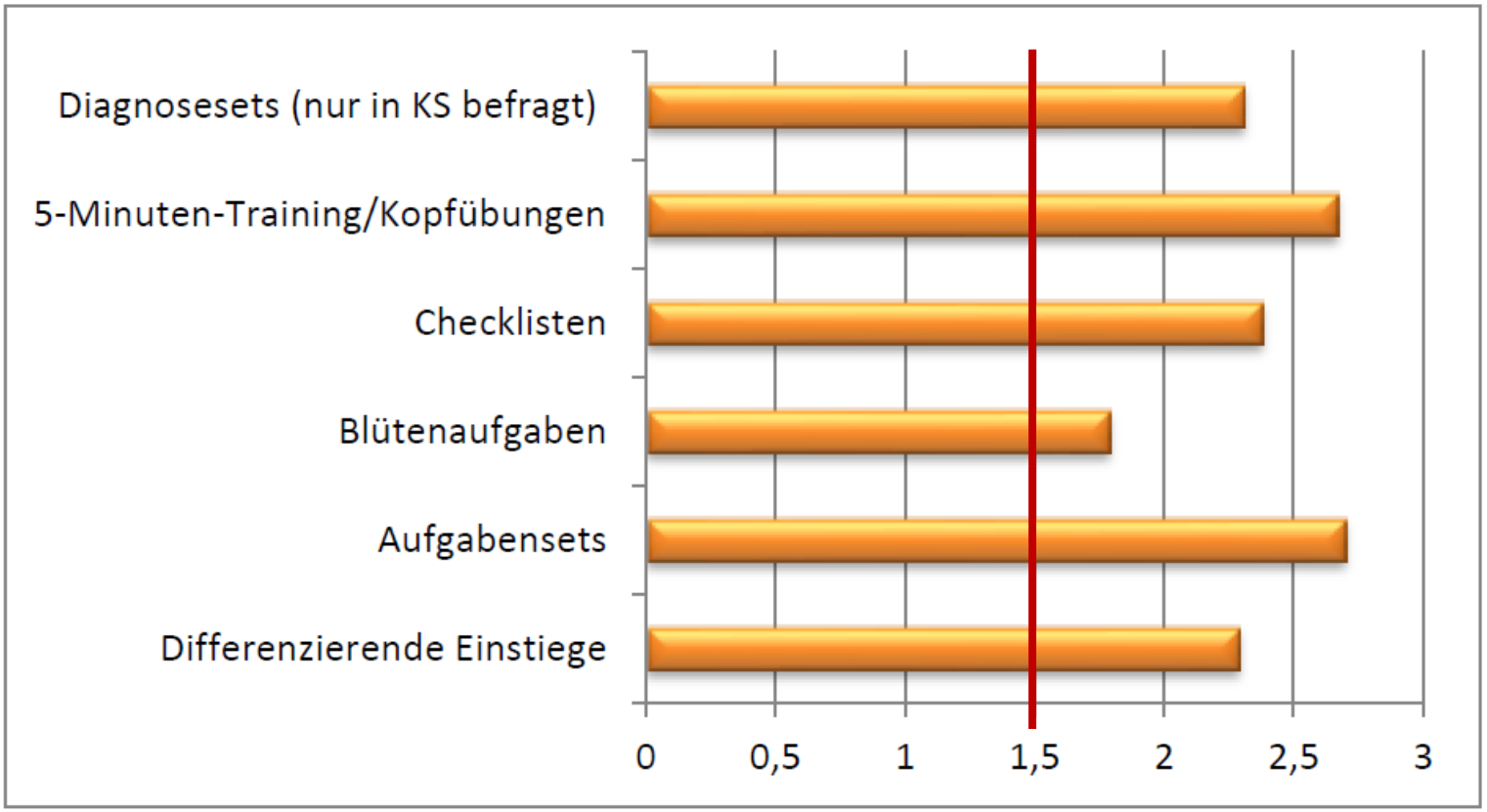
b. Lena sagt: "Ich habe Größe 25." Ihr Maßband zeigt 63,5 cm.
Hat sie richtig gerechnet?

c. Du jobbst in einem Laden. Lege eine Tabelle an, um schnell die richtige Größe zu finden. Runde dazu die Ergebnisse auf ganze cm.

d. Was müsstest du rechnen, wenn du die Größen in **cm** weißt und die Größe in **inch** brauchst?

e. Peter schaut auf die Zahlen (siehe c)) und behauptet: „Wenn ich eine inch-Zahl mit einer Dezimalzahl multipliziere, ist das Ergebnis immer größer als die ursprüngliche Zahl“.

Bedeutsamkeit der MAKOS-Bausteine



Codierung : 0 (unwichtig) bis 3 (sehr wichtig)
N= 24

Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit!

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Kontakt: bruder@mathematik.tu-darmstadt.de

www.math-learning.com **Vorträge zum download**

MAKOS-Materialkurs (Zugang auf Anfrage möglich)

Schnupperzugang zu www.madaba.de

(auf Anfrage1 Monat kostenfrei)

Fortbildungsangebote online: Halbjahreskurse 1.3./1.9.

https://www.mathematik.tu-darmstadt.de/didaktik/did/angebote_fuer_lehrer_innen/online_lehrerfortbildungskurse/online_kurse_startseite_2.de.jsp

Zahl des Jahres 2021
Aufgabenstellung

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Die neue Jahreszahl soll nur mit Hilfe von Ziffern einer Art dargestellt werden.
Erlaubt sind die Grundrechenarten, Potenzen, Klammern, Fakultäten und Binomialkoeffizienten sowie die Quadratwurzel.
Findet Darstellungen mit möglichst wenigen Ziffern für jede Ziffer von 1 bis 9.

$$2019 = (3!)^3 \cdot 3! + (3!)! + 3$$

$$2019 = \binom{9}{\sqrt{9}} \cdot (9 - \sqrt{9}) + \sqrt{9}$$

Literaturnachweis

- Bruder, R. & Reibold, J. (2012). Erfahrungen mit Elementen offener Differenzierung im Mathematikunterricht der Sekundarstufe I im niedersächsischen Modellprojekt MABIKOM. In R. Lazarides & A. Ittel (Hrsg.), *Differenzierung im mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterricht – Implikationen für Theorie und Praxis* (S. 67-92). Bad Heilbronn: Klinkhardt Verlag.
- Bruder, R. (2013). Jeder lernt anders! In: Jeder ist anders! Lernen in heterogenen Lerngruppen. Mathematik 5-10, Heft 23,Seelze: Friedrich. S.42-45.
- Bruder, R. (2013). Nicht alle üben alles! In: Jeder ist anders! Lernen in heterogenen Lerngruppen. Mathematik 5-10, Heft 23,Seelze: Friedrich. S.38-41.
- Roder, U. & Bruder, R. (2015). MAKOS – Ein Projekt zur Umsetzung der Abiturstandards Mathematik in Hessen. In G. Kaiser & H.-W. Henn (Hrsg.), *Werner Blum und seine Beiträge zum Modellieren. Festschrift zum 70. Geburtstag* (S. 281-295). Wiesbaden: Springer Spektrum Verlag.
- Gregory, Gayle H.: Differentiating Instruction With Style. Aligning Teacher and Learner Intelligences for Maximum Achievement. Thousand Oaks 2005

pro Lehre