Kompetenzmodellierung im Bereich Wechsel von Darstellungsformen funktionaler Zusammenhänge – Methoden und Ergebnisse des Projektes HEUREKO

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Prof. Dr. Regina Bruder
Technische Universität Darmstadt
www.math-learning.com

Zum Projekt HEUREKO

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- HEUREKO: **HEU**ristisches Arbeiten mit **RE**präsentationen funktionaler Zusammenhänge – Diagnose mathematischer **KO**mpetenzen von Schülerinnen und Schülern

- DFG-Projekt im Schwerpunktprogramm „Kompetenzmodellierung“ seit 2007 mit Timo Leuders und Markus Wirtz

Pädagogische Hochschule Freiburg
Université des Sciences de l'Education · University of Education

Projektteam an der TU Darmstadt:
- Anneke Fredebohm
- Renate Nitsch

Psychometrische Beratung: Prof. Dr. Augustin Kelava

Gliederung

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

1. Ziele und Begründung des Gegenstandsbereichs
2. Theoretischer Hintergrund der Kompetenzstruktur-Modellierung
3. Beispielitems Phase I und Untersuchungsdesign
4. Ergebnisse Phase I
5. Beispielitems Phase II
6. Ergebnisse

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

„Kompetenzen sind kontextspezifische Leistungsdispositionen, die sich funktional auf Situationen und Anforderungen in bestimmten Domänen beziehen."
(Klieme & Leutner, 2006)

Zum Vergleich:

> *„Kompetenzen sind die bei Individuen verfügbaren oder durch sie erlernbaren kognitiven Fähigkeiten und Fertigkeiten, um bestimmte Probleme zu lösen, sowie die damit verbundenen motivationalen, volitionalen und sozialen Bereitschaften und Fähigkeiten um die Problemlösungen in variablen Situationen erfolgreich und verantwortungsvoll nutzen zu können"* **(Weinert 2001)**

1. Ziele des Projekts HEUREKO

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

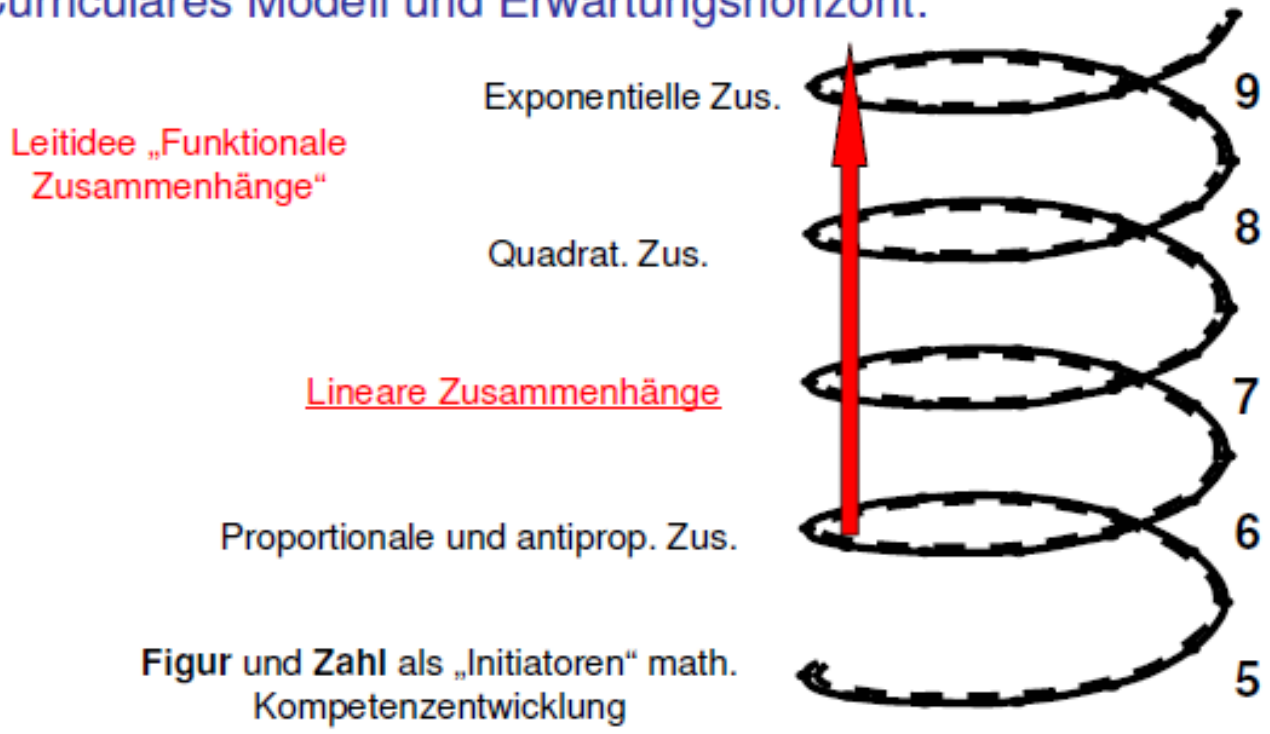
- Konstruktion eines spezifischen Kompetenzstrukturmodells im mathematischen Inhaltsbereich der Darstellungswechsel funktionaler Zusammenhänge
- Analyse typischer Schülerprofile
- Langfristiges Ziel: Entwicklung eines Diagnoseinstruments
  - Diagnostik der Stärken und Schwächen von Lerngruppen und Individuen im Inhaltsbereich „Funktionale Veränderung“ beim Umgang mit Darstellungswechseln,
  - Bestimmung des Förderbedarfs,
  - Abbildung von Kompetenzentwicklungen.

Bedeutung des Inhaltsbereichs

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Curriculares Modell und Erwartungshorizont:

Leitidee „Funktionale Zusammenhänge“



Darstellungsarten in der Mathematik

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Algebraische Darstellung

Mit der Formel

$$y = (x - 32) \cdot 5 : 9$$

kann man amerikanische Temperaturangaben, die in Fahrenheit angegeben werden, in die in Europa gebräuchliche Celsiusangabe umrechnen. Erstelle eine Anleitung für Personen, die nicht mit Termen umgehen können.

Numerische Darstellung

1 Untersuche, ob die Wertetabelle zu einer linearen Funktion gehören kann. Gib, wenn möglich, eine Funktionsgleichung an.

a)

x	6	9	12	15	18
y	9	13	17	21	25

b)

x	2	4	6	8	10
y	4	10	20	34	52

c)

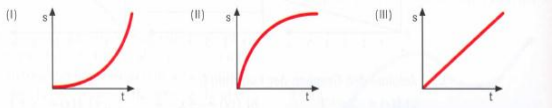
x	8	12	16	20	28
y	7	5	3	1	−3

d)

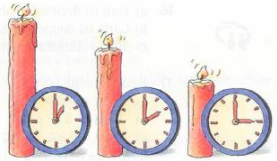
x	4	12	40	100	500
y	3	5	12	27	127

Grafische Darstellung

13 a) Ein Auto durchfährt mit gleich bleibender Geschwindigkeit eine Linkskurve. Welches der Zeit-Weg-Diagramme beschreibt seine Fahrt?



Situative Darstellung

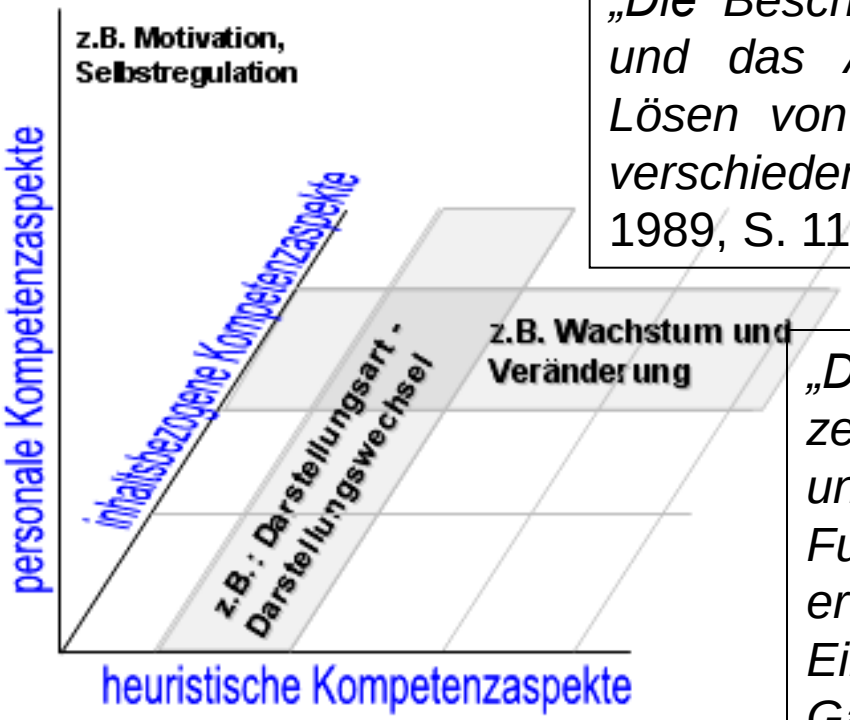


a) Schätze: Wann wird sie abgebrannt sein?
b) Berechne: Wann ist sie abgebrannt?
c) Wann hat sie eine Länge von 11 cm?
d) Warum werden die Ergebnisse nicht genau stimmen? Ist die Antwort von a) oder die von b) zutreffender?

(z.B. Swan 1985; Ainsworth/ Bibby/Wood 2002; Goldin 1998).

pro Lehre

Begründung des gewählten Gegenstandsbereiches



„Die Beschreibung der funktionalen Abhängigkeit und das Ausnutzen dieser Abhängigkeit beim Lösen von Problemen […] erfolgt mit Hilfe der verschiedenen Darstellungsformen.“ (Vollrath 1989, S. 11)

„Die Ausprägung des funktionalen Denkens zeigt sich an der Fähigkeit, in unterschiedlichen Darstellungen von Funktionen das Ganze der Funktion zu erfassen und in der Fähigkeit, vom Einzelnen aufs Ganze und umgekehrt vom Ganzen aufs Einzelne „umzuschalten“.“ (Vollrath, 1989, S. 16)

Begründung des gewählten Gegenstandsbereichs

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

„In diesem Sinne sind Lernende effektiver beim Problemlösen, wenn sie die unterschiedlichen Repräsentationsebenen flexibel benutzen, also neben den symbolischen auch visuelle Repräsentationen benutzen.“ (Ambrus & Hortobágyi, 2000, S.126)

„Eine herausragende, grundlegende Fähigkeit, die eine Bandbreite von mathematischen Fertigkeiten umfasst, ist der souveräne Umgang mit mathematischen Darstellungsformen“ (Barzel, Hußmann & Leuders, 2005, S. 21)

„Die Ausprägung funktionalen Denkens zeigt sich an dem Grad der Beherrschung dieser Ausdrucksmittel zum Erfassen und Lösen von Problemen.“ (Vollrath, 1989, S. 12)

„Schülerinnen und Schüler zu einem Denken in Funktionen zu führen, bedeutet, sie zu befähigen, in unterschiedlichen Situationen Zusammenhänge funktional zu erfassen, mit informellen und auch formaleren Mitteln zu beschreiben, und mit Hilfe dieser Mittel Probleme zu lösen.“ (Leuders & Prediger, 2005, S. 3)

Zielpräzisierung und Fragestellungen

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Analyse von Kompetenzstrukturen in den Klassen 7, 8 und 9

- Wie kompetent sind die Schüler/-innen beim Durchführen von Darstellungswechseln?
- Gibt es Präferenzen in den Darstellungsformen? Was hat Einfluss auf diese Präferenzen (Curriculum, Kontext, Lehrkraft…)?
  - Welche Fehlvorstellungen tauchen auf?

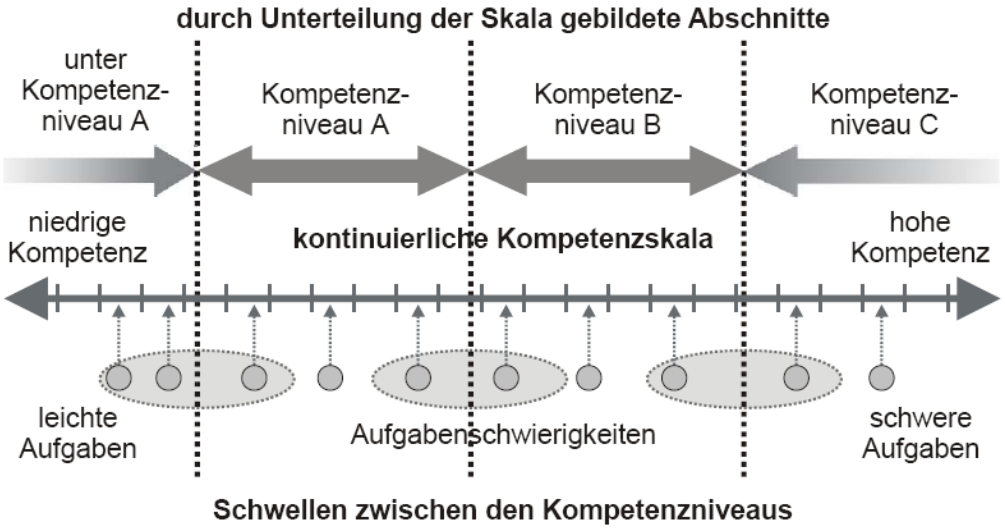
Langfristig: Entwicklung eines praxistauglichen Diagnose- und Fördermaterials

Weitere Fragen:
Gibt es Zeiteffekte: Vergessen, Verstärkung durch Mitüben, Aggregation…

Interessenkonflikte ?

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- Psychometrische Interessen und Sichtweise:
  Kompetenzstrukturen als Phänomene aufklären (Dimensionalität eines Gegenstandsbereichs) und Kompetenzniveaus beschreiben



• Quantitative Testwerte können anhand von Kompetenzniveaus inhaltlich interpretiert werden.
• Insbesondere beim Vergleich aggregierter Daten (Länder, Schule) nützlich.

Quelle: Hartig, 2008

pro Lehre

Interessenkonflikte ?

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- Psychometrische Sichtweise:

  Kompetenzstrukturen als Phänomene aufklären (Dimensionalität eines Gegenstandsbereichs) und Kompetenzniveaus beschreiben

- Fachdidaktisch-pädagogische Sichtweise:

  Handlungsleitende Kompetenzentwicklungsmodelle werden benötigt.

  Kompetenzentwicklungsmodelle setzen die Kenntnis von Entwicklungsstufen voraus. Strukturmodelle reichen hier nicht aus. Dafür werden theoretische und erfahrungskonforme Modelle benötigt, die empirisch zu prüfen sind.

  Empirisch gewonnene Kompetenzstufen (wie bei PISA) sind **keine** Entwicklungsstufen, da sie zwar Lernstände zu einem bestimmten Zeitpunkt beschreiben, aber ***nicht*** Lernentwicklungsverläufe.

*Exkurs: Entwicklungsstufen beim Argumentierenlernen (Theoretisches Modell)

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Das folgende Modell ist als Stufenmodell von Argumentationsanforderungen zu verstehen und eignet sich als Hintergrund für kompetenzbezogene Selbsteinschätzungen und Leistungsbeurteilungen (Bruder & Pinkernell 2011):

Intuitive Phase:

Schrittweises Gewöhnen an sprachlich-logisch und fachinhaltlich korrekte Argumentationen (Lehrervorbild)

Bewusste Phase:

I Begründungen nach den Grundtypen ausführen

II Mathematische Argumentationsketten verstehen, nachvollziehen und wiedergeben

III Mathematische Argumentationen prüfen und vervollständigen.

IV Eigenständig mehrschrittige Argumentationsketten aufbauen

Gliederung

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

1. Ziele und Begründung des Gegenstandsbereichs

2. **Theoretischer Hintergrund der Kompetenzstruktur-Modellierung**

3. Beispielitems Phase I und Untersuchungsdesign

4. Ergebnisse Phase I

5. Beispielitems Phase II

6. Ergebnisse

2.Theoretischer Hintergrund

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Welche Darstellungswechsel sind relevant in den einzelnen Klassenstufen?

Welche Handlungselemente sind zu unterscheiden beim Umgang mit den relevanten Repräsentationen funktionaler Zusammenhänge?

Relevante Darstellungswechsel

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

1. Algebraische Darstellung

Mit der Formel

$$y = (x - 32) \cdot 5 : 9$$

kann man amerikanische Temperaturangaben, die in Fahrenheit angegeben werden, in die in Europa gebräuchliche Celsiusangabe umrechnen. Erstelle eine Anleitung für Personen, die nicht mit Termen umgehen können.

2. Numerische Darstellung

1 Untersuche, ob die Wertetabelle zu einer linearen Funktion gehören kann. Gib, wenn möglich, eine Funktionsgleichung an.

a)

x	6	9	12	15	18
y	9	13	17	21	25

b)

x	2	4	6	8	10
y	4	10	20	34	52

c)

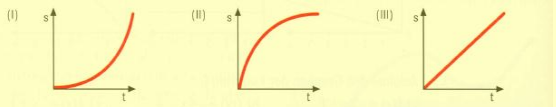
x	8	12	16	20	28
y	7	5	3	1	–3

d)

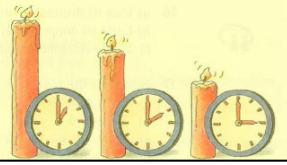
x	4	12	40	100	500
y	3	5	12	27	127

3. Graphische Darstellung

13 a) Ein Auto durchfährt mit gleich bleibender Geschwindigkeit eine Linkskurve. Welches der Zeit-Weg-Diagramme beschreibt seine Fahrt?



4. Situative Darstellung



a) Schätze: Wann wird sie abgebrannt sein?
b) Berechne: Wann ist sie abgebrannt?
c) Wann hat sie eine Länge von 11 cm?
d) Warum werden die Ergebnisse nicht genau stimmen? Ist die Antwort von a) oder die von b) zutreffender?

Curriculare Zusammenhänge:

Projektphase I
Klasse 7-8:
N, G, S

Projektphase II
Klasse 9-10: A, N, G, S

pro Lehre

Darstellungswechsel beschreiben

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

	Situation	Tabelle	Graph	Term
Situation		Werte finden	skizzieren	algebraisch modellieren
Tabelle	Werte interpretieren		zeichnen	numerisch regredieren
Graph	Gestalt interpretieren	Werte ablesen		qualitativ annähern
Term	Struktur Interpretieren	Werte ausrechnen	erstellen	

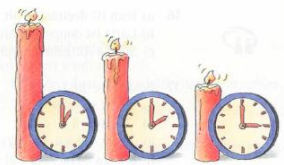
Relevante Darstellungswechsel in Kl.7

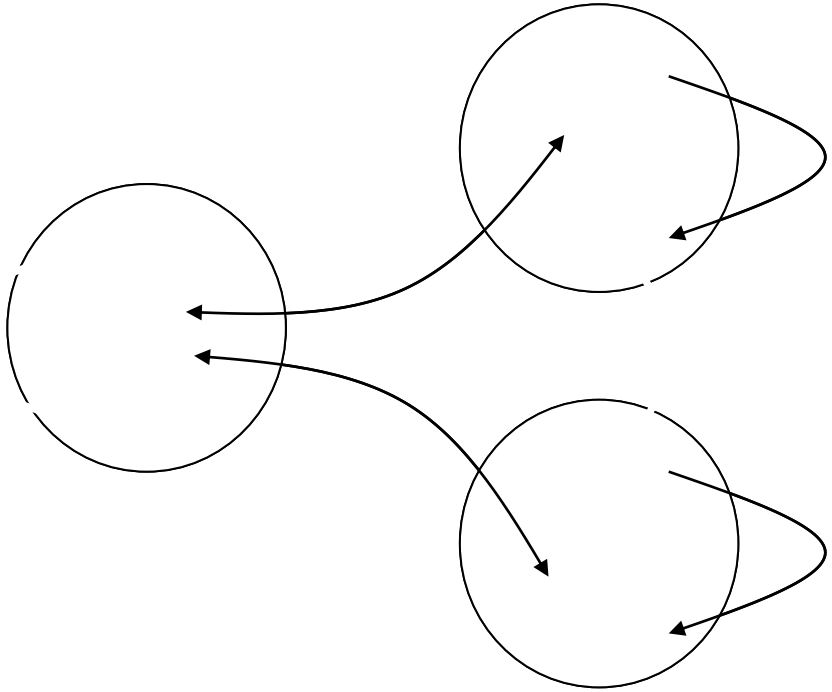
TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

	Situation	Tabelle	Graph	Term
Situation		Werte finden	skizzieren	algebraisch modellieren
Tabelle	Werte interpretieren		zeichnen	numerisch regredieren
Graph	Gestalt interpretieren	Werte ablesen		qualitativ annähern
Term	Struktur Interpretieren	Werte ausrechnen	erstellen	

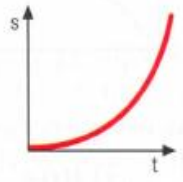
Relevante Darstellungswechsel Kl.7

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT





x	8	12	16	20	28
y	7	5	3	1	-3

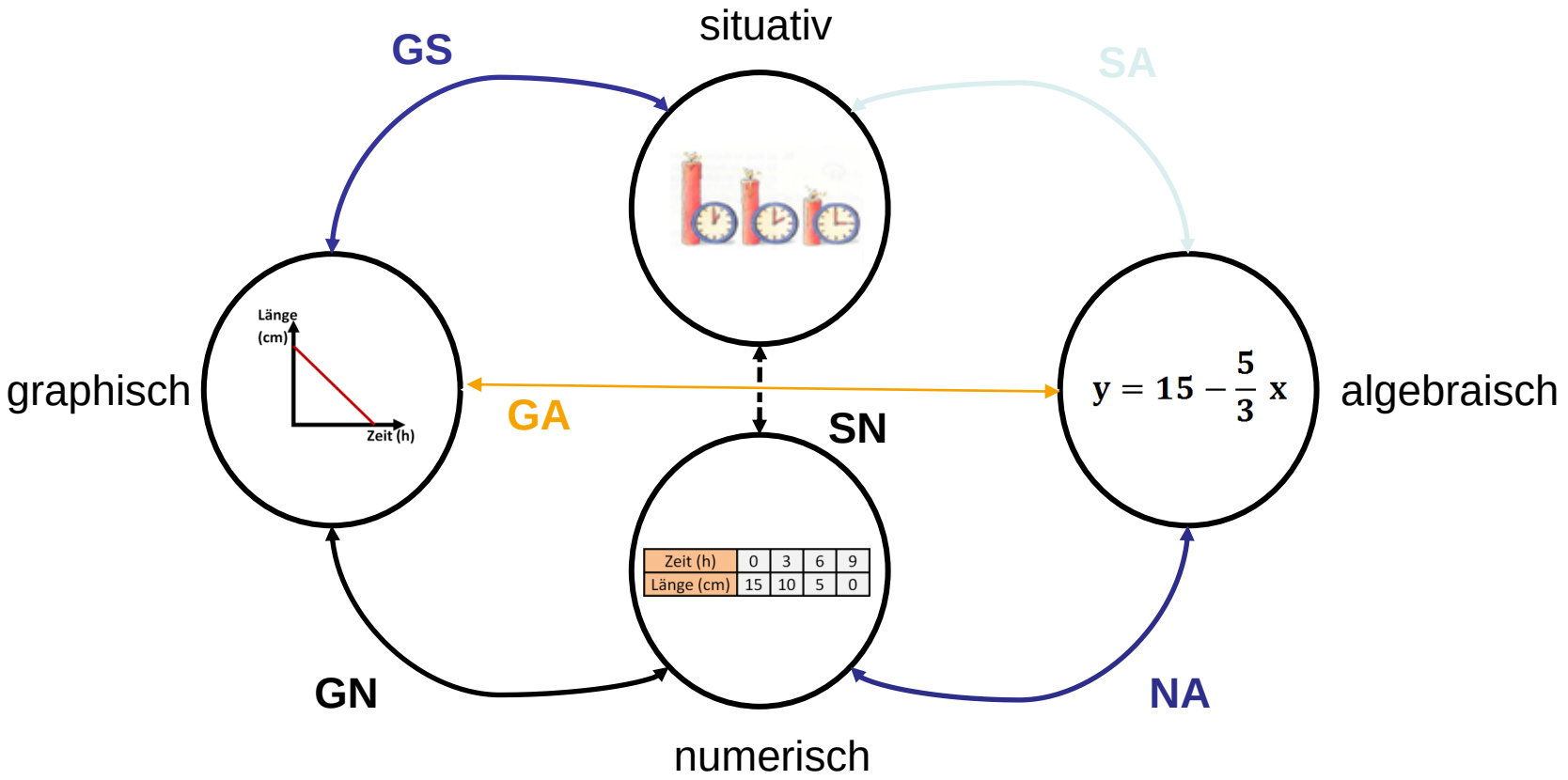


→ empirisch überprüfbares Modell SN, SG, NN, GG

Theoretisches Kompetenzstrukturmodell

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

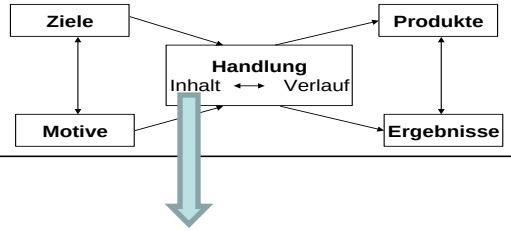
Relevante Darstellungswechsel (ab Klasse 8)



Verzicht auf SN

pro Lehre

Modell der Lerntätigkeit nach Lompscher
(1972, 1984)



TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Black box - Modellannahme:
Geistige Operationen (Vergleichen, Klassifizieren, Abstrahieren...)
Elementarhandlungen: Identifizieren und Realisieren

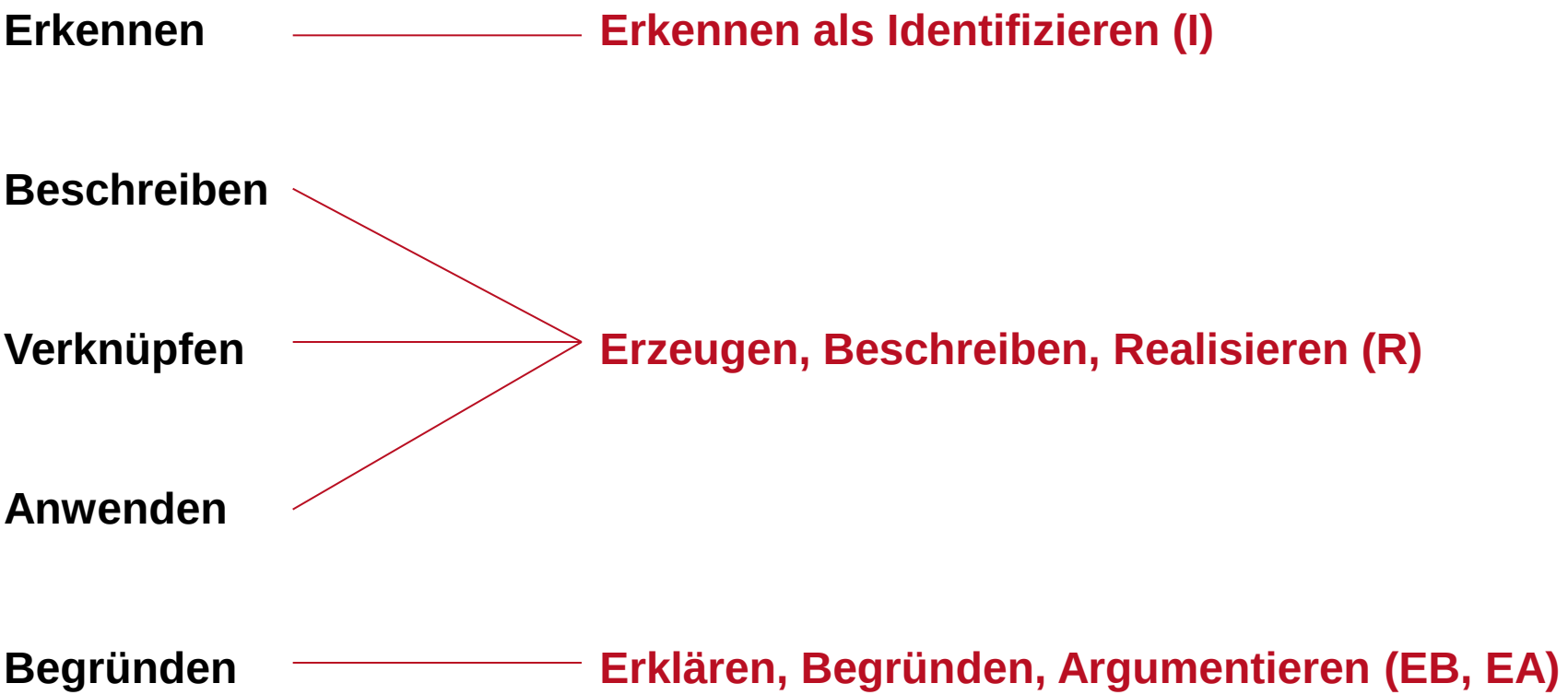
Grundhandlungen sind beobachtbar als:

Erkennen
Beschreiben
Verknüpfen
Anwenden (Ausführen)
Begründen

bezogen auf
-Begriffe
-Zusammenhänge
-Verfahren (auch Darstellungen)

Handlungselemente

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT



Handlungselemente

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

4 Elemente:

Handlung	
Identifizieren (I)	Signifikante Werte und Veränderungen in der Darstellung einer Funktion werden **erkannt** und daraufhin werden Entscheidungen getroffen.
Realisieren (R)	Ein Darstellungswechsel wird **ausgeführt**, indem die gegebene in die geforderte Repräsentationsform transferiert wird.
Erklären (E)	
a) Beschreiben (EB)	Die Vorgehensweise bei der Lösungsfindung wird verbal **beschrieben**.
b) Argumentieren (EA)	Behauptungen und Lösungen werden validiert und interpretiert. Die mathematische Lösung wird verbal **begründet**.

Bruder, R. & Brückner, A. (1989). Zur Beschreibung von Schülertätigkeiten im Mathematikunterricht - ein allgemeiner Ansatz.- In: Pädagogische Forschung, Berlin 30(1989)6, S.72-82.

Schwierigkeitsgenerierende Faktoren

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- Verbale Komplexität der Aufgabenstellung
- Zahl der möglichen Repräsentationswechsel
- Verarbeitungskomplexität (Wie viele Verarbeitungsschritte)
- Entscheidungskomplexität (Grad der Offenheit)

- Bekanntheitsgrad
- Weltwissen

Gliederung

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

1. Ziele und Begründung des Gegenstandsbereichs
2. Theoretischer Hintergrund der Kompetenzstruktur-Modellierung
3. **Beispielitems Phase I und Untersuchungsdesign**
4. Ergebnisse Phase I
5. Beispielitems Phase II
6. Ergebnisse

3. Beispielitems (1.Phase)

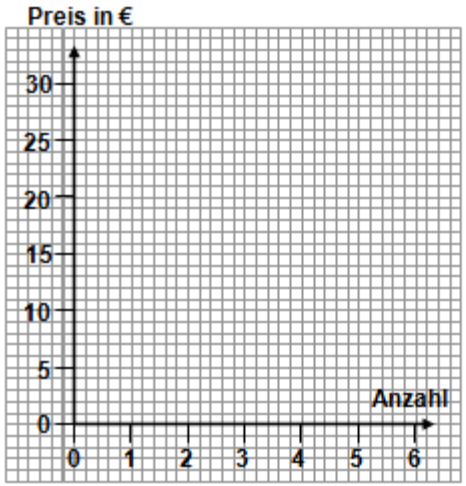
TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Beim Kauf von Musikvideos auf DVD bietet ein Geschäft verschiedene Preise je nach gekaufter Anzahl an.
Auf den Schildern im Geschäft steht:

Jede DVD nur 5€

Kaufen Sie ein Fünferpack und sie sparen 3€

Zeichne ein Schaubild für die Zuordnung *Anzahl* → *Preis*.



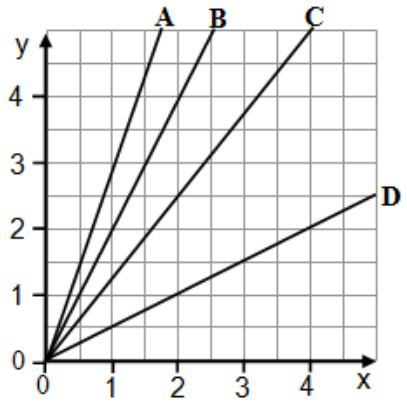
SGR situativ – grafisch - realisieren

pro Lehre

GGR und NNR

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Welche der hier als Graph gezeichneten proportionalen Zuordnungen hat bei x = 200 den Wert y = 400?



Welche der hier als Tabelle dargestellten proportionalen Zuordnungen hat bei x = 200 den Wert y = 400?

A

x	0	0,5	1	1,5
y	0	1,5	3	4,5

B

x	0	0,5	1	1,5
y	0	1	2	3

C

x	0	1	2	3
y	0	1,25	2,5	5

D

x	0	1	2	3	4
y	0	0,5	1	1,5	2

pro Lehre

Systematische Aufgabenvariation

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Zwei Züge werden auf einer Versuchsstrecke getestet.
Sie fahren jeweils mit etwa gleichbleibender Geschwindigkeit ohne Zwischenhalt.

Zug Nr. 1 benötigt für 40 km eine Fahrzeit von 15 min.

Zug Nr. 2 legt 45 km in 25 min zurück.

Version A: Welcher Zug ist schneller?
Notiere alle Schritte zu Lösung.

Version B: Löse mit Hilfe einer Tabelle.

Version C: Löse mit Hilfe eines Schaubildes.

Beispiel: Problemlösen

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Susi ist auf Klassenfahrt. Nach der Ankunft will sie ihre Eltern anrufen. Dazu geht sie in eine Telefonzelle. Auf einem Schild an der Telefonzelle steht, dass die Minute innerhalb Deutschlands 0,10 € kostet.

Sie wirft 1€ ein und legt nach 2 Minuten Gesprächszeit noch einmal 50cent nach. Wie lange kann Susi jetzt noch mit ihren Eltern telefonieren, bis das Geld aufgebraucht ist?

Wähle eine geeignete mathematische Darstellung (z. B. Graphen oder Tabellen) und notiere deinen Lösungsweg ausführlich.

Länge der verbleibenden Gesprächszeit:_____

Stichprobe (Phase 1)

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- 37 Klassen aus Gymnasien in Baden-Württemberg und Hessen
- N=872

	Baden-Württemberg	***Hessen***	***Gesamtzahlen (Klassen)***
7. Klasse	***284 (12)***	***118 (5)***	***402 (17)***
8. Klasse	***176 (8)***	***294 (12)***	***470 (20)***
Gesamt-zahlen	***460 (20)***	***412 (17)***	***872 (37)***

Mathematiktest: Testheft-Design

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Multi-Matrix-Sampling Design

Heft 1	Heft 2	Heft 3	Heft 4	Heft 5	Heft 6	Heft 7
2	3	4	5	6	7	1
1	2	3	4	5	6	7
3	4	5	6	7	1	2

- Insgesamt 80 Items: ca. 34 Items pro Schüler,
- 7 verschiede Blöcke mit jeweils 11- 12 Items werden auf 7 Testhefte verteilt, 3 Blöcke pro Testheft,
- Aufbau der Blöcke: von einfach zu komplex, abschließend 2 einfachere Items.
- Aufeinanderfolgende Testhefte überlappen sich jeweils zu 66%

Durchführung

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- Geschulte Testleiter/innen führen die Tests an zwei Terminen in den Schulen durch.
- 2 Stunden: Mathematiktest mit 34 Items, welche die theoretischen Kategorien repräsentieren sollen
- 1 Stunde: Fragebogen zur Erhebung möglicher Moderatorvariablen
- Lehrer bearbeiten einen Lehrerfragebogen

Moderatorvariablen (Schüler): Skalen

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- Emotionales Befinden Prä und Post (PISA, 2003)
- Figurales Denken (Kognitiver Fähigkeitstest, N2)
- Selbstreflektiertes Lernen (PISA, 2003)
- Extrinsische Motivation (Bruder, 2005)
- Instruktionsverhalten Lehrkräfte (Bruder, 2008)
- Kompetenzunterstützung Lehrer (Bruder, 2008)

Lehrerfragebogen

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

1. Schwierigkeit
Von den Schülerinnen und Schülern meiner Klasse lösen nach meiner Einschätzung ….
Prozent die gesamte Aufgabe richtig.

0-20%	20-40%	40-60%	60-80%	80-100%
☐	☐	☐	☐	☐

2. Bekanntheitsgrad
Die Lerninhalte dieser Aufgabe sind meinen Schülern

unbekannt	wenig vertraut	vertraut	sehr vertraut	kann ich nicht beurteilen
☐	☐	☐	☐	☐

3. Relevanz
Die Anforderungen dieser Aufgabe halte ich – unabhängig davon, ob meine Schülerinnen und Schüler sie schon erfüllen - für

unwichtig	wenig wichtig	wichtig	sehr wichtig	kann ich nicht beurteilen
☐	☐	☐	☐	☐

4. Lehrplanpassung
Die Anforderungen dieser Aufgabe passen zu den Lehrplänen für die Sekundarstufe I – wenn auch eventuell nicht genau zu dieser Klassenstufe.

unpassend	wenig passend	passend	sehr passend	kann ich nicht beurteilen
☐	☐	☐	☐	☐

5. Kommentar zu dieser Aufgabe, wenn gewünscht

Gliederung

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

1. Ziele und Begründung des Gegenstandsbereichs
2. Theoretischer Hintergrund der Kompetenzstruktur-Modellierung
3. Beispielitems Phase I und Untersuchungsdesign
4. **Ergebnisse Phase I**
5. Beispielitems Phase II
6. Ergebnisse

Modellvergleich

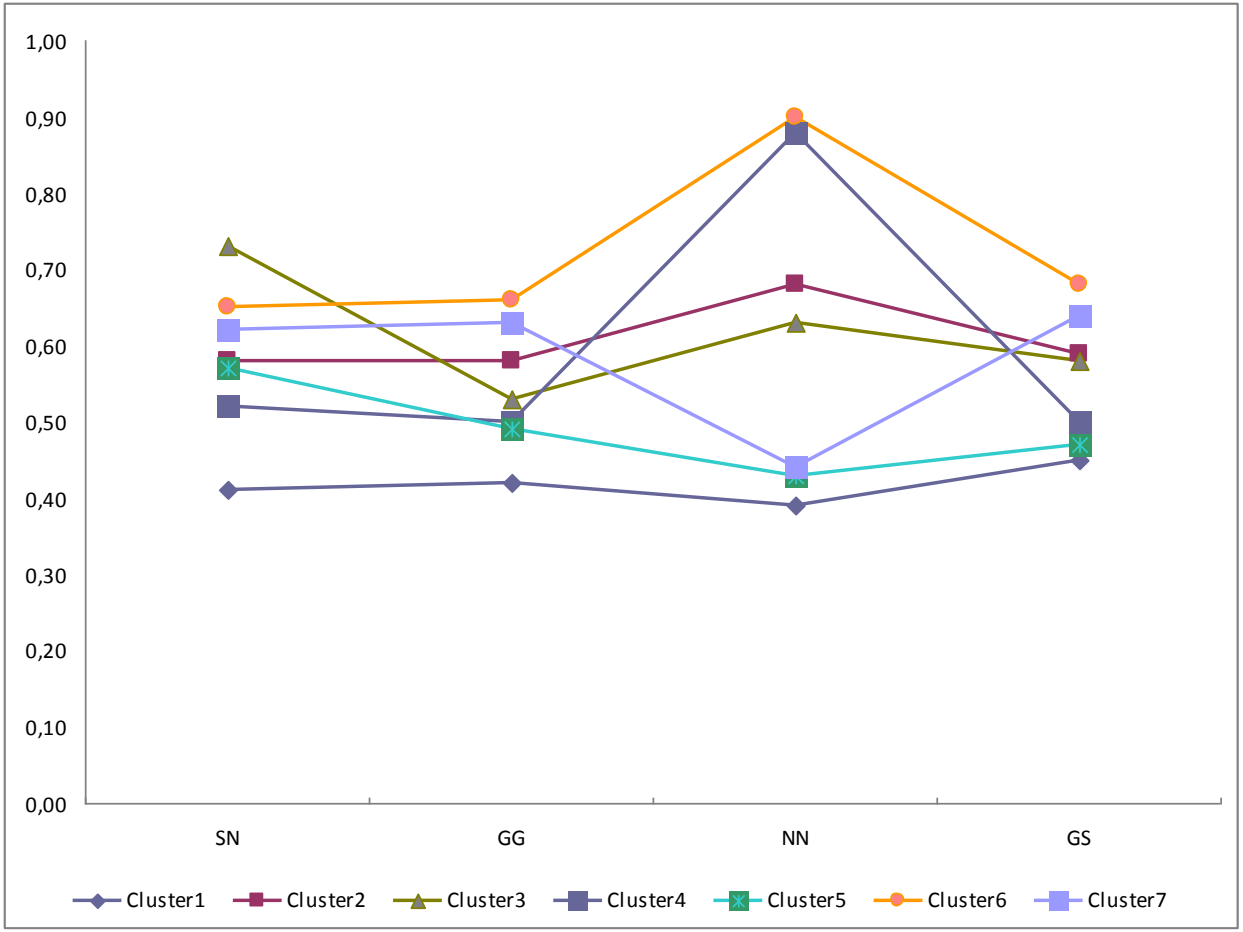
TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Modell	*AIC_c*	*Differenz AIC_c*	*BIC*	*Differenz BIC*	*Para-meter*	*-2 log L*
Repräsentations unabhängig (1D)	*29985*	*-*	*30017*	*-*	*72*	*29908.913*
Repräsentations-typen (2D: G vs. N)	*29975*	*-10*	*30007*	*-10*	*74*	*29898.383*
Repräsentations Wechsel (4D:GG,SG,NN,SN)	*29943*	*-32*	*29975*	*-32*	*81*	*29866.828*

Dimensionen des vierdimensionalen Modells:
SG, GG, SN, NN

Kompetenzprofile (8. Klassenstufe)

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT



	BIC
1-Cluster	-6123,7786
2-Cluster	-6004,2488
3-Cluster	-6004,0571
4-Cluster	-5940,0348
5-Cluster	-5952,5195
6-Cluster	-5960,1260
7-Cluster	-5894,5218
8-Cluster	-5949,7430

pro Lehre

Zusammenfassung (1.Phase)

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- Der Einfluss von Darstellungsform und Repräsentationswechsel auf die Kompetenz-struktur konnte empirisch belegt werden.
- Es wurde ein vierdimensionales Kompetenz-strukturmodell postuliert, das die Grundlage für ein Diagnose- und Förderinstrument bilden soll. SG, GG, SN, NN

- In der 8. Klasse ließen sich typische Kompetenzprofile nachweisen.

Ausblick

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- Optimierung des Itempools,
- Sicherstellung der Reliabilität der Skalen,
- Empirische Bestimmung von Kompetenzniveaus in den einzelnen Dimensionen.

Gliederung

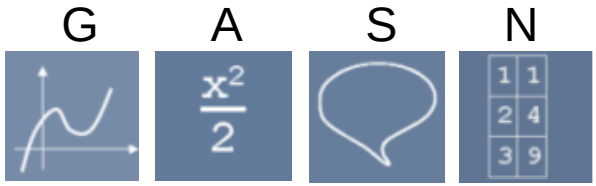
TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

1. Ziele und Begründung des Gegenstandsbereichs
2. Theoretischer Hintergrund der Kompetenzstruktur-Modellierung
3. Beispielitems Phase I und Untersuchungsdesign
4. Ergebnisse Phase I
5. **Beispielitems Phase II**
6. Ergebnisse

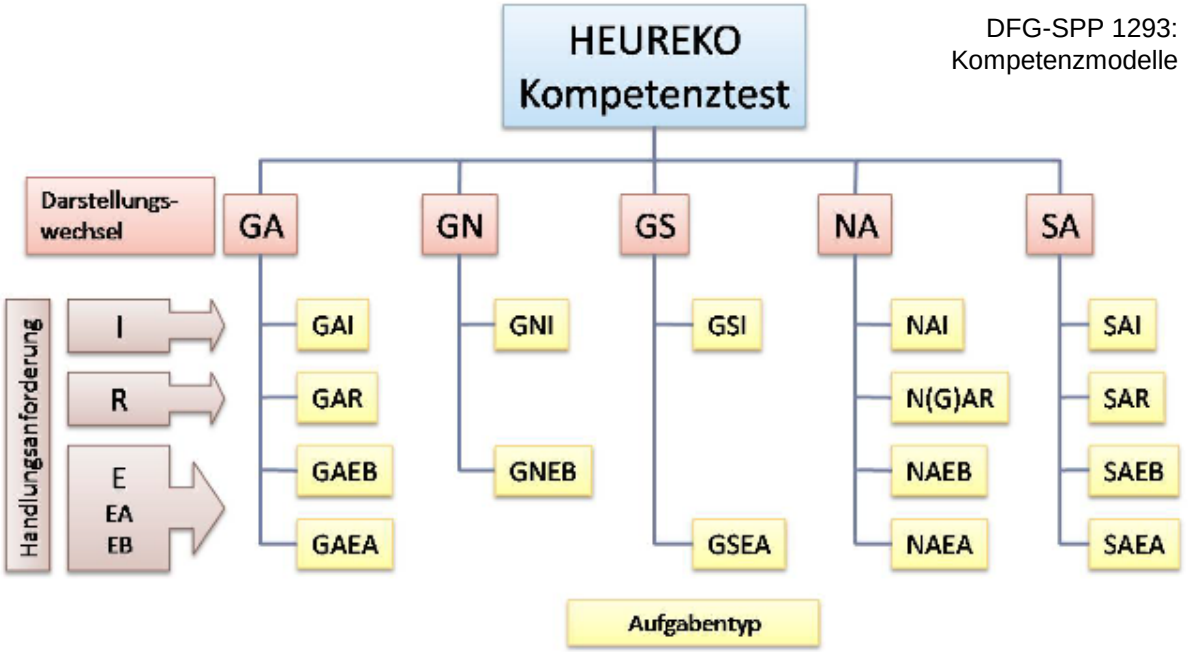
Könnensdimensionen-Kl.9

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Funktionale Zusammenhänge
und ihre Darstellungsformen im MU bis Kl.9:



Emprisch gesichertes
Kompetenzstrukturmodell
zu Darstellungswechseln
mit 5 Dimensionen:



DFG-SPP 1293:
Kompetenzmodelle

pro Lehre

Fragestellungen

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- Finden sich die postulierten 5 Kompetenzdimensionen in den erhobenen Daten wieder?

  GA, GN, GS, NA, SA

- Lässt sich die postulierte Hierarchie der Handlungselemente in den Daten wiederfinden?

  Identifizieren

  Realisieren

  Erklären (Begründen, Argumentieren)

Aufgabenkonstruktion

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- 120 Aufgaben
- 112 Aufgaben lassen sich genau einem Darstellungswechsel zuordnen

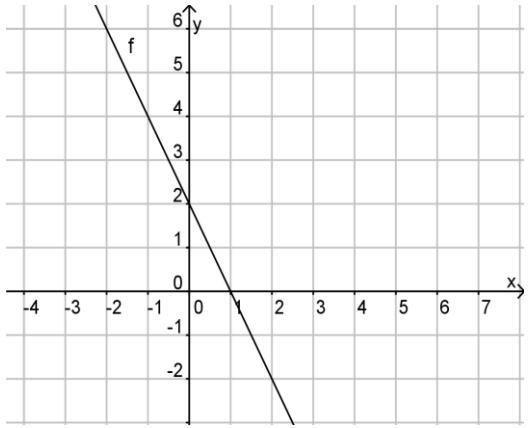
  →Es ist inhaltlich vorgegeben, zu welcher Dimension die Aufgabe gehört / gehören sollte

- Kodierung:
  - 0 = falsch
  - 1 = richtig
  - 9 = nicht bearbeitet (ausgelassen oder aus zeitlichen Gründen nicht bearbeitet)

GAI Graphisch-Algebraisch Identifizieren

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Gegeben ist der folgende Graph:



Entscheide, welche der folgenden Gleichungen zum Graphen passt, und kreuze diese an.

- ☐ $y = 2x + 2$
- ☐ $y = -2x + 2$
- ☐ $y = 2x - 2$
- ☐ $y = -2x - 2$

- Gegeben: Graph(en) und mehrere Gleichungen
- Aufgabe: Entscheiden, welcher Graph zu welcher Gleichung passt und umgekehrt

pro Lehre

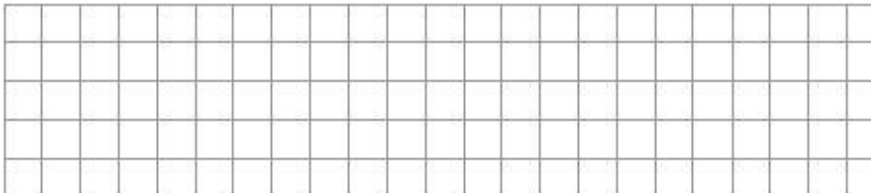
NAR Numerisch-Algebraisch Realisieren

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Gegeben ist folgende Wertetabelle:

x	-2	0	2
y	-8	-2	4

Bestimme mit Hilfe der Wertetabelle den Wert für *m* in der folgenden Gleichung: $f(x) = mx - 2$.



Antwort: *m* = ☐

- Gegeben: Wertetabelle (und (unvollständige) lineare oder quadratische Gleichung)
- Aufgabe: Mithilfe der Wertetabelle die Funktionsgleichung bestimmen/vervollständigen

SAEB Situativ-Algebraisch Beschreiben

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Frau Müller kann zwischen zwei Handy-Tarifen wählen:

- A3-Classic: monatlicher Grundpreis 20 € und 0,30 € pro angefangene Minute ins Festnetz (es werden nur volle Minuten abgerechnet)
- A3-Call: keine Grundgebühr und 0,40 € pro angefangene Minute ins Festnetz (es werden nur volle Minuten abgerechnet)

Diesen Monat hat sie 108 € für Gespräche ins Festnetz bezahlt.

Beschreibe, wie du herausfinden kannst, welchen Tarif Frau Müller gewählt hat:

_____

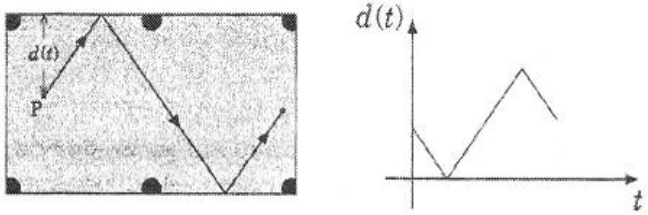
_____

- Gegeben: Situationsbeschreibung (und Weg algebraische Gleichung)
- Aufgabe: Beschreibung der Vorgehensweise beim Wechsel in die algebraische Darstellung

GSEA Graphisch-Situativ Argumentieren

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Vom Punkt *P* aus wird eine Kugel auf einem Billardtisch längs der angegebenen Bahn geschossen. Der Funktionswert *d(t)* gibt den Abstand vom oberen Rand der Tischfläche an.



Begründe, warum der Graph zur Situation passt.

Begründung:

_____

_____

- Gegeben: Situationsbeschreibung und Graph
- Aufgabe: Begründen, warum Graph (nicht) zur Situation passt

Aufgabe aus: Schlöglhofer, F. (2000): Vom Fotograph zum Funktionsgraph. In: mathematik lehren, 103 (Funktionen), S. 16-17

pro Lehre

Schwierigkeiten bei der Auswertung

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

1. Keine eindeutige Zuordnung zu Darstellungswechseln bei manchen Aufgaben

2. Aufgaben enthalten teilweise zwei verschiedene Handlungsanforderungen

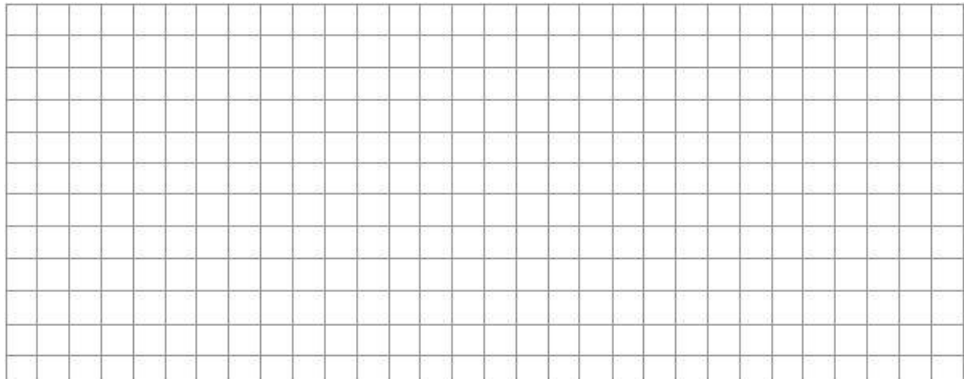
Keine eindeutige Zuordnung

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Die folgende Tabelle zeigt den Zusammenhang der Schuhgröße mit der Fußlänge:

Fußlänge (in cm)	$21\frac{1}{3}$	22	28	30
Schuhgröße	32	33	42	45

Stelle eine Gleichung für die Schuhgröße auf.



Antwort: Meine Gleichung lautet _____.

8 Aufgaben aus den Dimensionen GA, NA und GN enthalten eine situative Beschreibung (S)

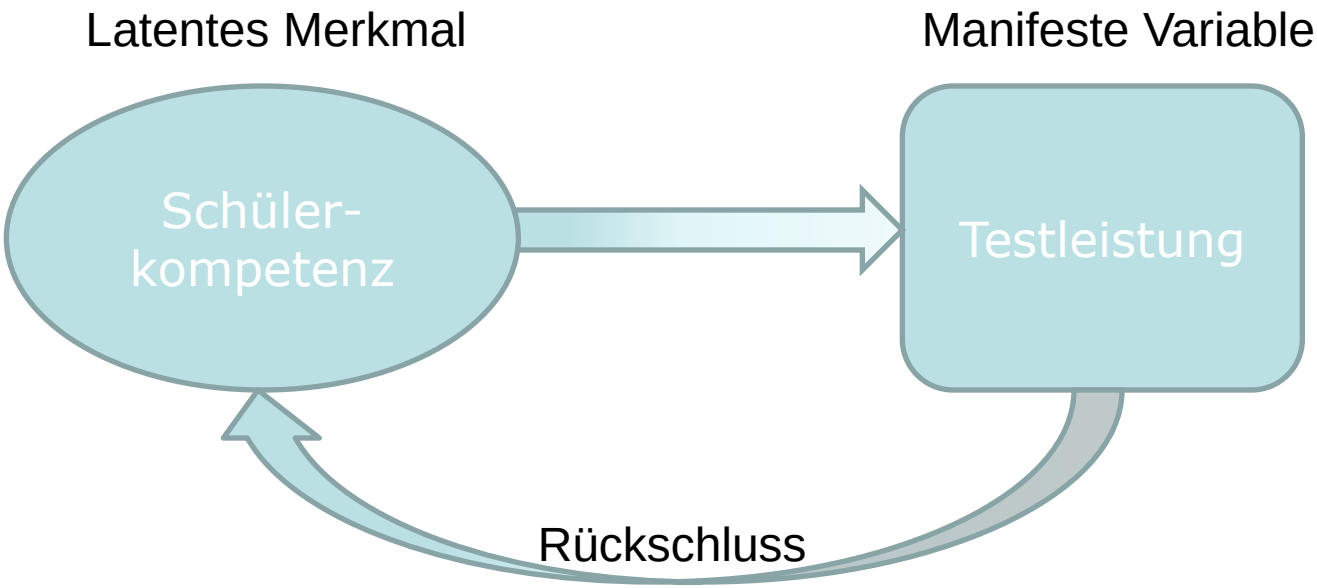
→ Werden nicht mit ausgewertet

Gliederung

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

1. Ziele und Begründung des Gegenstandsbereichs
2. Theoretischer Hintergrund der Kompetenzstruktur-Modellierung
3. Beispielitems Phase I und Untersuchungsdesign
4. Ergebnisse Phase I
5. Beispielitems Phase II
6. **Ergebnisse**

Latent-Trait-Modelle

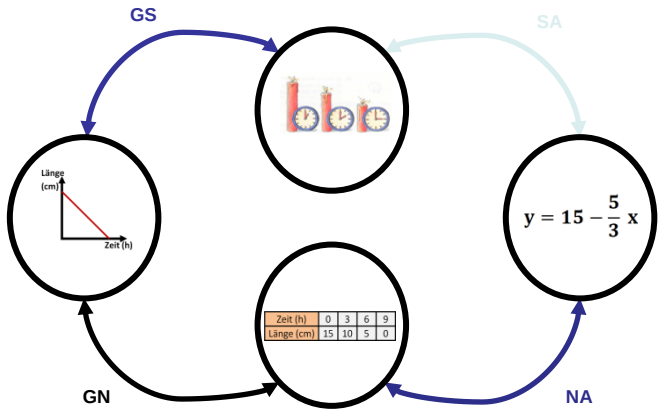


Rasch-Modellierung
(1PL-Modell)
oder 2PL-Modell

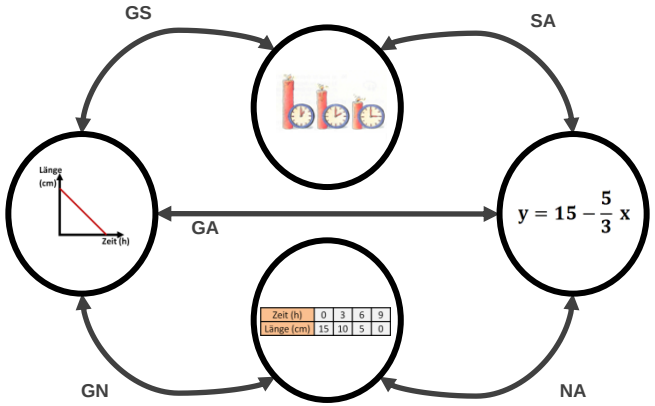
Modellvergleich

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

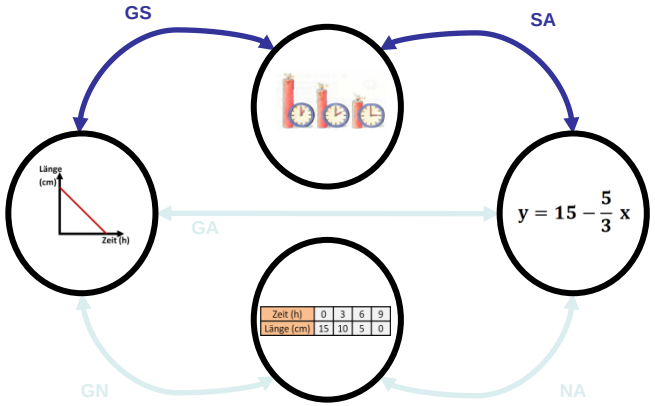
5D:
-
- **GS**
- **GN**
- SA
- **NA**



1D: GA, GS, GN, SA, SA



Implementation mittels *MPlus*



2D:
- **GS, SA**
- GA, GN, NA

pro Lehre

Ergebnisse

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- Kennwerte

Model	log-Likelihood	Parameter	AIC	BIC	BIC*	AICc	Differenz BIC* zu 5D
1D	17175.096	224	17623.097	18624.209	17913.018	17863.096	93.285
2D A	17129.37	225	17579.371	18584.952	17870.586	17822.0908	50.853
2D G	17152.274	225	17602.273	18607.855	17893.489	17844.9948	73.756
2D N	17141.88	225	17591.88	18597.462	17883.096	17834.6008	63.363
2D S	17172.404	225	17622.405	18627.986	17913.621	17865.1248	93.888
5D	17048.868	234	17516.868	18562.673	17819.733	17785.1119	0

Analyse der Handlungselemente I,R, E

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- Ähnliches Vorgehen wie bei der Analyse der Kompetenzstruktur
- Testung des 1PL-Modells mit ConQuest auf einem Itemsatz von 144 Items (Itemteilung)
- Optimierung des Datensatzes
- Testung des 2PL-Modells auf Grundlage dieser Items mittels Mplus
- Vergleich der AIC-Werte des 1PL-Modells und 2PL-Modells

Vergleich 1PL- und 2PL-Modell

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

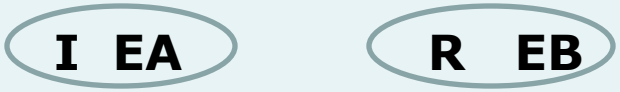
Modell	AIC	BIC	Adj. BIC
1PL	**19938,997**	20528,938	20109,844
2PL	19982,221	21153,164	20321,325

⇨ 1PL-Modell kann als Grundlage weiterer Analysen angenommen werden!

Modellvergleich

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- Untersuchung der dimensionalen Struktur:

1D	I, R, EA, EB zählen zu einer Dimension	
2D	I+EA bzw. R+EB werden zusammengefasst	
3D	I, R bilden jeweils eine Dimension, in der dritten Dimension werden EA und EB zusammengefasst	
4D	Alle vier Handlungselemente werden getrennt betrachtet	

pro Lehre

Modellvergleich - Kennwerte

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Modell	Adjustierter BIC	Differenz zu 2D
1D	20109,844	49,714
2D	**20060,130**	**-**
3D	20069,764	9,634
4D	20076,428	16,298

- Korrelation zwischen den Dimensionen der zusammengefassten Handlungselemente IEA und REB: 0,839.

Ergebnisdiskussion

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- Annahme einer mehrdimensionalen Struktur
- Die BIC Werte des 2- und 3-dimensionalen Modells lassen keinen Schluss zu, welches der beiden Modelle am besten zu den erhobenen Daten passt.

bis jetzt: Trennung der Dimensionen

⇨ Identifizieren und Realisieren

Ausblick

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- Weitere Analysen der Handlungselemente
- Einbezug des Grundwissenstests
- Mehr-Ebenen-Analyse (LFB, Test)
- Zusammenhänge mit SFB
- Erstellung eines Diagnose-Instruments für die Lehrkräfte
- Potential zur Aufdeckung von Fehlvorstellungen
- …

Mögliche Zugänge, Kompetenzentwicklungsmodelle zu generieren

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- Theoretische Entwicklungsmodelle ex. zum Problemlösen und zum Argumentieren,
- auch zum Modellieren.

Eine Verknüpfung beider Zugänge steht noch aus.

(Komplexe Forschungsaufgabe !)

- **Empirischer Zugang:**

  Modellannahmen mit Itembatterien prüfen

- Theoretischer Zugang:

  Lerntheoretisch begründetes Stufenmodell (Wygotski, Tätigkeitstheorie)

  Didaktische Modelle zur Umsetzung (z.B. atomistisch/holistisch)

Empirische Prüfung der spezifischen Effekte

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Kontakt:

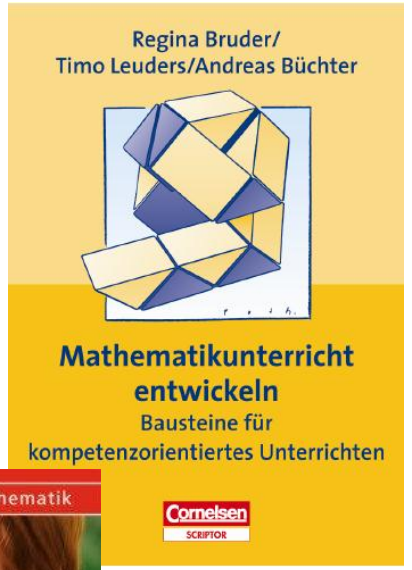
www.math-learning.com (Vorträge zum download)

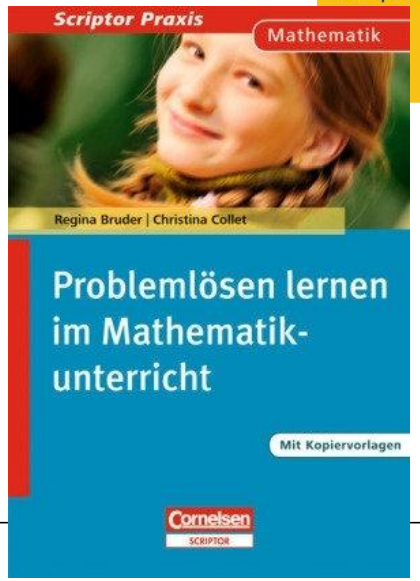
bruder@mathematik.tu-darmstadt.de

www.proLehre.de

Online - Fortbildungskurse

www.madaba.de





pro Lehre