



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

Prof. Dr. Regina Bruder
Fachbereich Mathematik
Arbeitsgruppe Fachdidaktik
Schloßgartenstraße 7
64289 Darmstadt
Telefon (06151) 16-3688
Telefax (06151) 16-2587
e-mail:
bruder@mathematik.tu-darmstadt.de

Bericht zum Ti-Projekt Hessen: „Sinnvoller Einsatz von CAS in der Schule“

12. Februar 2005

Kurzzusammenfassung

Das Halbjahresprojekt zum CAS-Einsatz mit Schwerpunkt in der Klassenstufe 11 zeigt gewachsene Akzeptanz des Rechnereinsatzes sowohl bei den Lehrkräften als auch bei den Lernenden. Erste wünschenswerte Veränderungen in der Art des Lehrens und Lernens von Mathematik durch den CAS-Einsatz wurden auch von den Schüler/innen wahrgenommen, insbesondere zur Kommunikationsunterstützung und Vorgehensreflexion. Im Projekt sind eine Reihe von gut einsetzbaren und didaktischen Ansprüchen Rechnung tragenden Aufgabenbeispielen für einen sinnvollen CAS-Einsatz entstanden, die in einer gesonderten Handreichung veröffentlicht werden. Im Rahmen der Projektevaluation sind didaktische Beurteilungskriterien für Unterrichtsportfolios zum Rechnereinsatz entwickelt und angewendet worden.

Einleitung

Dem vorliegenden Bericht zum sinnvollen Einsatz von Computer-Algebra-Systemen (CAS) in der Schule in Hessen liegen die Portfolios aus vier hessischen Schulen zugrunde. Am Projekt waren die Berufliche Schule Groß Gerau, die Albert-Einstein-Schule Schwalbach, die Rabanus-Maurus-Schule Fulda und die Goetheschule Wetzlar beteiligt. Diese Schulen hatten sich für das CAS-Projekt Ende 2004 beworben und wurden ausgewählt, daran teilzunehmen. Insgesamt wird aus 8 Klassen berichtet, eine der Jahrgangsstufe 13, fünf der Jahrgangsstufe 11 und zwei der Jahrgangsstufe 10. Alle Klassen haben auch an einer Schülerbefragung zu Beginn und am Ende des Projekts teilgenommen. Das Projekt startete im Februar 2005 und endete im Juli desselben Jahres. Das Projekt wurde mit Unterstützung der Firma Texas Instruments durchgeführt, die den CAS-fähigen Taschenrechner des Typs TI 200 Voyage als Klassensatz jeweils zur Verfügung stellte.

Im Projektbericht werden zunächst die Evaluationsinstrumente vorgestellt und dann die Ergebnisse der Evaluation mit entsprechenden Interpretationen. Die wissenschaftliche Projektbegleitung durch die Technische Universität Darmstadt, vertreten durch Frau Prof. Dr. Bruder, FB Mathematik, konzentrierte sich vereinbarungsgemäß auf die Projektevaluation.

1 Grundlagen und Instrumente der Evaluation

Ziel des Projektes war das Gewinnen übertragbarer Erfahrungen und Unterrichtsmaterialien zum sinnvollen Einsatz von CAS in der Oberstufe in Hessen. Sinnvolle Evaluationsgegenstände bei einem solchen Typ von offenen Erprobungsstudien sind:

- Akzeptanz und Grad der Zufriedenheit von Lehrkräften und Lernenden zum CAS-Einsatz feststellen
- Sinnhaftigkeit des CAS-Einsatzes beurteilen über Qualitätskriterien für die gestellten Aufgaben und eingesetzten Methoden
- Effekte des CAS-Einsatzes studieren anhand der Lehrer- und Schülerdokumentationen im Portfolio und der Ergebnisse der Schülerbefragung
- Übertragbarkeit von Erfahrungen und Materialien einschätzen anhand von Qualitätsanforderungen an ein Projektportfolio
- Darstellen von Schwierigkeiten und offenen Fragen bei den Lehrkräften und Lernenden bzgl. Projektverlauf und -ergebnis
- Kritische Reflexion des Projektverlaufs und der erzielten Ergebnisse aus der wissenschaftlichen Perspektive.

Zur Bearbeitung dieser Evaluationsgegenstände bieten sich Schülerbefragungen im Vorher-Nachher-Vergleich an sowie eine unterrichtsbegleitende Dokumentation und Kommentierung der eingesetzten Lernmaterialien aus Schüler- und Lehrersicht (Portfolio).

Im Folgenden werden diese Schulportfolios anonymisiert bezeichnet als PF1, PF2, PF3 und PF4. Jede Schule hat ein ausführliches schriftliches Feedback zu ihrem Portfolio erhalten.

1.1 Zum Schülerfragebogen

Der speziell für das Projekt in Hessen entwickelte Schülerfragebogen steht zum download unter www.math-learning.com zur Verfügung. Ziel der Schülerbefragung war es, die subjektive Wahrnehmung des Mathematikunterrichts bezüglich der Lernanforderungen und Lernmethoden zu beobachten und mögliche Zusammenhänge mit dem Rechneinsatz zu analysieren.

Hierzu konnte auf Items aus Skalen verschiedener didaktischer und lernpsychologischer Untersuchungen zurückgegriffen werden, insbesondere auf Evaluationsinstrumente aus parallelen Forschungs- und Entwicklungsprojekten an der TU Darmstadt (DFG-Projekt im Rahmen des Schwerpunktprogramms Bildungsqualität Schule). Rechnerspezifische Items wurden neu entwickelt. Es bestand nicht die Möglichkeit, den Fragebogen vorab ausgiebig zu pilotieren, so dass mit Entwicklungspotenzial zu rechnen war.

Mit Hilfe einer Faktorenanalyse wurde ermittelt, welche Items ein Phänomen, das als projektbezogen interessant angesehen wird, konsistent abbilden.

Aus dem Fragebogen konnten vier reliable Skalen gebildet werden. Es handelt sich um die Skalen „Mathematikweltbild und Wertschätzung von Mathematik“, „Kommunikationsunterstützung und Vorgehensreflexion“, „Gestaltung des Unterrichts“ und „Selbstbild und Selbsteinschätzung“ der Schüler/innen.

Die Fragen waren mit einer Kodierung von 1 bis 4 versehen, wobei 1 der vollen Ablehnung und 4 der vollen Zustimmung entsprach. Die in diesen Skalen enthaltenen Items sind in den Tabellen 6-10 im Abschnitt **4.Anhang** dargestellt. Die verbleibenden Einzelitems wurden für qualitative Analysen schul- oder klassenspezifischer Phänomene herangezogen. Die Ergebnisse der Schülerbefragung wurden allen beteiligten Schulen differenziert rückgemeldet.

1.2 Portfolio-Qualitätskriterien

Im Zusammenhang mit dem CAS-Projekt bezeichnet ein Portfolio einer Projektlehrkraft eine Zusammenstellung von Dokumenten, die den Unterrichtsprozess mit seinen Intentionen und eingesetzten Materialien und Reflexionen darüber sowie einen Ausschnitt aus der Lernbiographie einzelner Schüler beschreiben bzw. dokumentieren.

Für das Unterrichtsprojekt zum sinnvollen CAS-Einsatz gelten grundsätzlich auch die Anforderungen, die an eine hohe Unterrichtsqualität in der didaktischen Literatur benannt werden. Da das wichtigste Werkzeug in der Hand einer Mathematiklehrkraft die Schüleraufgaben sind, welche die didaktische Qualität einer Lernumgebung beschreiben, ist es sinnvoll, den Schüleraufgaben besondere Aufmerksamkeit zu widmen. Hierfür spielen verschiedene Aufgabentypisierungen und Differenzierungen nach Anforderungslevel sowie das Potenzial zur Förderung individualisierten Lernens (Binnendifferenzierung z.B. mit offenen Aufgaben oder Wahlmöglichkeiten) eine besondere Rolle. Es gibt darüber hinaus einen rechner-spezifischen Aspekt, bei dem nach der Funktion des Rechners bei der Aufgabenerstellung und bei der Aufgabenbearbeitung gefragt wird. Die vorgelegten Aufgaben in den Schulportfolios wurden nach diesen Kriterien analysiert. Insbesondere für die qualitativen Anforderungskriterien an die Portfolios konnten unsere Untersuchungen zu einem Qualitätssiegel für computergestützte Lernarrangements herangezogen werden, vgl. auch www.tud-guetesiegel.de und Ergebnisse langjähriger Forschungs- und Entwicklungsarbeiten zum Thema „Arbeiten mit Aufgaben im Mathematikunterricht“.

Neben der Art der jeweils realisierten Werkzeugfunktion des Rechners im Unterricht ist entscheidend, welche Lehr- und Lernziele im Projekt verfolgt werden (Zieltransparenz) und wie die Lehr- und Lernprozesse organisiert werden (Prozessbeschreibung).

Mit diesen drei Kriterien

- Zieltransparenz
- Prozessbeschreibung
- Aufgabenqualität

wurde ein handhabbarer Beurteilungsrahmen für Unterrichtsportfolios gewonnen und umgesetzt.

2 Evaluationsergebnisse

2.1 Ergebnisse der Schülerbefragung

2.1.1 Darstellung der Fakten

An der Vor- und Nachbefragung waren insgesamt 198 Lernende beteiligt, davon 110 männliche und 88 weibliche.

Zunächst werden die Ergebnisse in den vier Skalen „Mathematikweltbild und Wertschätzung von Mathematik“, „Kommunikationsunterstützung und Vorgehensreflexion“, „Gestaltung des Unterrichts“ und „Selbstbild und Selbsteinschätzung“ vorgestellt.

Dazu wurden innerhalb jeder Skale die Mittelwerte der Punktzahlen über alle Items und alle Schüler der entsprechenden Schule gebildet und in einem Histogramm dargestellt. Die Abstufung beträgt 0,5 Punkte und es werden die Anzahlen der Schüler dargestellt, die im Mittel zwischen 1 und 1,5, bzw. 1,5 und 2 usw. Punkte vergeben haben. Ein Beispiel:

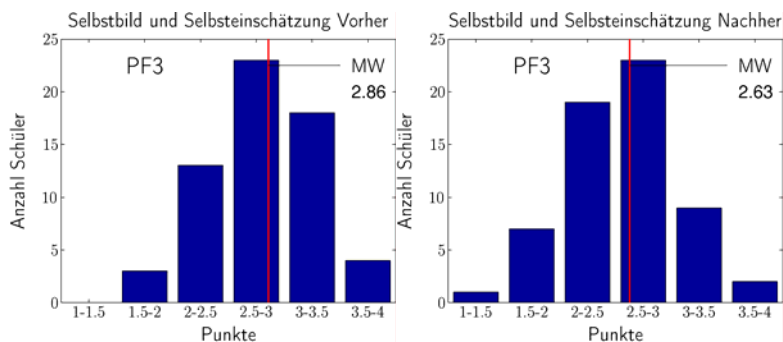


Abbildung 1: Selbstbild und Selbsteinschätzung PF 3

Abbildung 1 zeigt exemplarisch die Veränderung der Skale „Selbstbild und Selbsteinschätzung“ aus PF3.

In Tabelle 1 sind die Mittelwerte der Punktzahlen zu den verschiedenen Skalen aufgeführt. In PF3 hat sich der Wert für die Skale „Selbstbild und Selbsteinschätzung“ z.B. im Mittel um 0,23 Punkte verringert, wobei bemerkenswert ist, dass die Absenkung bei den männlichen Lernenden mit 0,29 deutlich höher ist als bei den Schülerinnen mit 0,11. Letztere ist damit allerdings geringer als die durchschnittliche Absenkung um 0,15 über alle Schüler und Schulen hinweg. Es handelt sich hier um ein interessantes schulspezifisches Phänomen, dem gesondert nachgegangen werden sollte.

PF	G	Mathematikweltbild und Wertschätzung			Selbstbild und Selbsteinschätzung			Gestaltung des Unterrichts			Kommunikationsunterstützung		
		V	N	Δ	V	N	Δ	V	N	Δ	V	N	Δ
PF1	m	2.57	2.50	-0.07	2.70	2.56	-0.14	2.51	2.43	-0.08	2.65	2.84	-0.19
	w	2.60	2.38	-0.22	2.48	2.42	-0.06	2.53	2.45	-0.08	2.89	2.89	± 0
PF2	m	2.99	2.90	-0.09	3.16	2.87	-0.29	2.94	3.09	-0.15	3.33	3.35	+0.02
	w	3.03	3.01	-0.02	3.44	3.25	-0.19	3.12	3.11	-0.01	3.45	3.60	+0.15
PF3	m	2.89	2.69	-0.20	2.93	2.64	-0.29	2.74	2.78	-0.04	2.96	3.08	+0.12
	w	2.69	2.69	± 0	2.71	2.60	-0.11	2.85	2.86	+0.01	3.09	3.26	+0.17
PF4	m	2.91	2.54	-0,37	2.69	2.40	-0,29	2.57	2.32	-0,25	2.77	2.37	-0,40
	w	2.36	2.48	-0,12	2.27	2.31	+0,04	2.51	2.54	+0,03	2.54	2.75	+0,21

Tabelle 1: Mittelwerte aller Skalen nach Geschlecht und Schule getrennt.

CAS1	Wir können selbst entscheiden, ob wir beim Lösen von Problemen unseren Taschenrechner einsetzen möchten oder nicht.
CAS2	Ich arbeite im Mathematikunterricht gerne mit dem Taschenrechner.
CAS3	In diesem Schulhalbjahr haben sich durch den verstärkten Einsatz des Taschenrechners die Aufgaben verändert.
CAS4	Nach einer Einarbeitungsphase bereitet mir die Bedienung des Taschenrechners keine Probleme.

Tabelle 2: Items zum Rechner selbst.

Insgesamt ergaben sich auch bei den Skalen „Gestaltung des Unterrichts“, und „Mathematikweltbild und Wertschätzung“ in allen Schulen leichte negative Tendenzen, bei „Kommunikationsunterstützung und Vorgehensreflexion“ dagegen waren eher positive Tendenzen zu verzeichnen, vgl. auch Abbildung 2. Aufgrund der statistisch kleinen Schülerzahlen pro Klasse wurde auf Signifikanzprüfungen für diese Trendbeschreibungen verzichtet. Die Items der Skale sind unter 4.1. dargestellt.

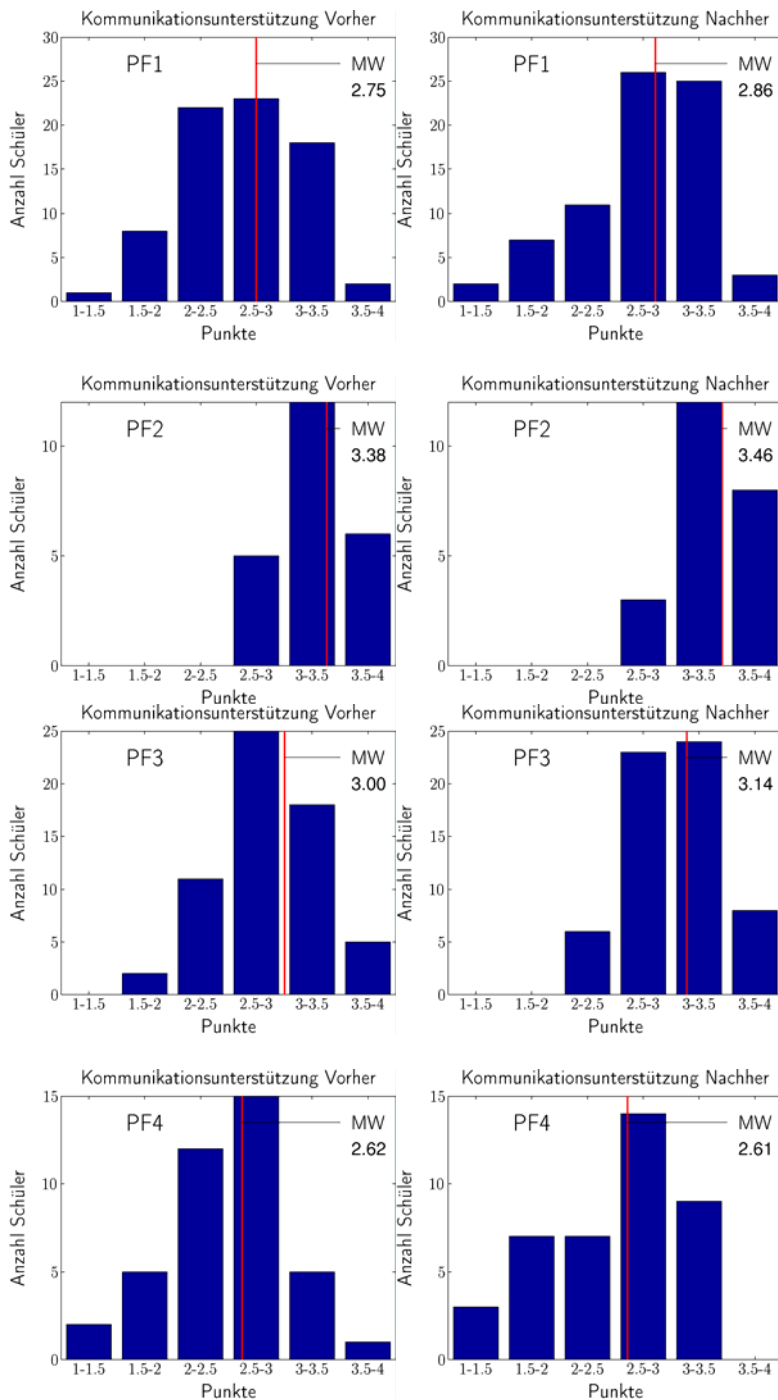


Abbildung 2: Skale Kommunikationsunterstützung und Vorgehensreflexion in allen 4 Portfolios

Über die reliablen Skalen hinaus sind noch diejenigen Ergebnisse der Schülerbefragung interessant, die sich mit dem Taschenrechner selbst befassten. In Tabelle 2 wurden die entsprechenden Items vorgestellt und die diesbezüglichen Ergebnisse sind Abbildung 3 zu entnehmen.

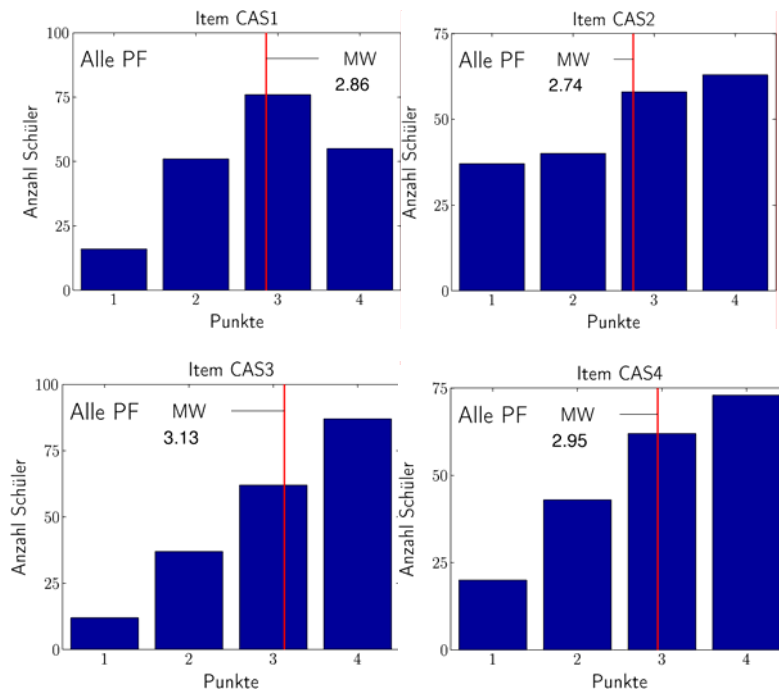


Abbildung 3: Fragen zum Taschenrechner

Es wurden noch Informationen im Umfeld des Mathematikunterrichts erhoben: Der Notenmittelwert über alle Schüler hat sich im 2. Schulhalbjahr von 6,02 auf 5,85 Punkte verringert. In den einzelnen Schulen, nach männlich und weiblich getrennt, zeigen sich jedoch kaum vergleichbare Ergebnisse zu diesem Aspekt. Während in allen Schulen die Leistungen der Jungen geringfügig nachlassen, gibt es auch zwei Schulen, in denen die Mädchen im Mittel eine Leistungsverbesserung zeigen.

Die Hausaufgabenzeit für Mathematik pro Woche hat sich nach Selbstauskunft der Lernenden im Mittel gesteigert von 1,8h zum Halbjahr auf 2h zum Schuljahresende.

2.1.2 Interpretation

Grundsätzlich kann davon ausgegangen werden, dass ein Interventionszeitraum von einem halben Jahr in oberen Schulklassen ein zu kurzer Zeitraum ist, um die bis dahin gewachsenen und schon relativ gefestigten Vorstellungen von Mathematik und Unterricht tendenziell und maßgeblich zu verändern.

Der beobachtete Effekt der im Mittel etwas absinkenden Leistungen bzw. Schulnoten zum Schuljahresende ist erfahrungsgemäß auch in solchen Klassen zu beobachten, die nichts mit Rechnereinsatz zu tun haben und kann nicht vordergründig auf den Rechnereinsatz zurückgeführt werden. Auch dass sich zum Ende eines Schuljahres hin ein eher negativ orientiertes Antwortverhalten in den eingesetzten Skalen in der Altersgruppe zeigt, ist auch aus

anderen Zusammenhängen bekannt und kann ebenfalls nicht allein auf den Rechnereinsatz zurückgeführt werden.

Allerdings geben die eher negativen Trends in der Skale Selbstbild und Selbsteinschätzung Anlass zu der Vermutung, dass durch den Rechnereinsatz auch eine gewisse Verunsicherung eingetreten sein könnte, was die Einschätzung des eigenen Leistungsvermögens betrifft. Darstellungen und Kommentare einiger Schülerinnen und Schüler in den Unterrichtstagebüchern bekräftigen diese Vermutung. Es ist nicht mehr allen Lernenden so ganz klar, was man selbst ohne Rechner in Mathematik kann bzw. was man können sollte. Als Konsequenz wäre aus didaktischer Sicht zu empfehlen, einerseits mehr Aufmerksamkeit in die Lernzieltransparenz für die Schülerinnen und Schüler zu investieren. Andererseits sind Lernanlässe für Reflexionen notwendig, in denen Gelegenheit besteht, sich des Zugewinns an Wissen und Handlungskompetenz bewusst zu werden.

Vor dem Hintergrund, dass sich gerade 11-Klässler zum Ende des Schuljahres eher bewusst werden, welche Anforderungen in der gymnasialen Oberstufe gestellt werden, was die Trends im Antwortverhalten zum Teil erklären könnte, verdienen Entwicklungen, die einen positiven Trend zeigen, besondere Aufmerksamkeit. Hier ist die Skale **Kommunikationsunterstützung und Vorgehensreflexion** zu nennen, vgl. die Items in Tabelle 7. Dieser Trend weist darauf hin, dass sich das Anforderungsmuster im Unterricht im Kontext des Rechnereinsatzes für die Lernenden doch erkennbar verändert hat. Es scheint sich hier ein Phänomen zu bestätigen, was in der Didaktik des Rechnereinsatzes häufig beschrieben wird und auch aus Unterrichtsexperimenten bekannt ist: Danach besitzt der Rechnereinsatz mit CAS ein besonderes Potential für eine reflektierende Kommunikation zur Mathematik. Im Projekt Hessen scheint es auch gelungen zu sein, dieses Potenzial im Projektzeitraum zu nutzen, was als ein spezifischer Erfolg des Projektes zu werten ist!

Dass es keine nennenswerten Veränderungen im Mathematikbild und in der Wertschätzung von Mathematik innerhalb eines Schulhalbjahres in den Projektklassen gegeben hat, ist nicht überraschend. Schließlich standen auch unverändert die klassischen Unterrichtsinhalte auf dem Programm und in der Regel solche Lernanforderungen, die für die Schülerinnen und Schüler im wesentlichen erwartungskonform waren, vgl. Details im Kapitel 2.2.3.

2.2 Ergebnisse der Portfolioanalyse

2.2.1 Zieltransparenz

In PF1 und PF2 werden in den Einleitungen und Abschlussberichten recht klar einige Ziele formuliert, die mit dem Einsatz der Rechner verknüpft werden. In PF2 z.B. wird die Hoffnung beschrieben, dass den Schüler/innen am Ende ein größeres Repertoire von Funktionen zur Verfügung steht, als das ohne Rechnereinsatz möglich wäre. Es wird davon ausgegangen, dass damit eine größere Vielfalt mathematischer Modelle zum Einsatz kommen kann, wenn es darum geht, Anwendungsprobleme zu modellieren, bzw. nach der formalen Lösung auch zu interpretieren. Dieses Ziel findet sich dann auch konsistent in fast allen Aufgaben, die während des Projektes gestellt wurden, wieder. PF3 und PF4 hingegen lassen eine solche Zieltransparenz vermissen.

Es ist festzustellen, dass das mögliche Potenzial an Zielen für einen sinnvollen CAS-Einsatz noch keineswegs ausgeschöpft wird.

Aus den vorliegenden Informationen in den Portfolios wird gefolgert, dass Reserven im sinnvollen Rechnereinsatz vorliegen zu folgenden Aspekten:

- Explizite Unterstützung alternativer Lösungswege und flexibler mathematischer Darstellungsweisen,
- Visualisierung von Termumformungen,
- Dynamisierung von Mathematisierungen,
- Rechnergestütztes Entdecken von mathematischen Zusammenhängen.

2.2.2 Prozessbeschreibung

PF1, PF2 und PF4 enthalten eine ausführliche Prozessbeschreibung. In PF1 und PF4 sind neben den Aufgaben und einigen Lösungen von Schülern auch die Formulierung von Zielen, Erwartungen und Befürchtungen sowie einer abschließenden Bewertung des Projektes enthalten. Besonders hervorzuheben sind die Schülertagebücher, auf die in Abschnitt 2.3 und auch an verschiedenen anderen Stellen eingegangen wird. Alle Portfolios enthalten Aufgabensammlungen in Form von Stationen und zusätzliche Arbeitsblätter. Lediglich PF2 enthält eine klare Auflistung darüber, welche Aufgabe speziell für den Rechner konzipiert war, welche man sowohl mit als auch ohne Rechner lösen konnte und welche explizit ohne Rechnereinsatz zu lösen waren. In PF4 wird nur beiläufig erwähnt, wo der Rechner verwendet wurde und wo nicht, wohingegen man diese Information bei PF1 noch aus den Lehrerberichten und den Schülertagebüchern zum Teil entnehmen kann. Eine solche klare Trennung ist für die Untersuchung eines sinnvollen Rechnereinsatzes allerdings unabdingbar, weshalb diese sich zu großen Teilen auf PF1 und PF2 stützen muss.

2.2.3 Aufgabenqualität

Alle Portfolios enthalten eine große Anzahl von Aufgaben. Ein Portfolio besteht sogar fast ausschließlich daraus, was eine Bewertung erschwert. Im folgenden werden zunächst die Inhalte, geforderte Schülertätigkeiten und das Anforderungslevel der Aufgaben mit Rechnereinsatz analysiert. Anschließend werden aus didaktischer Perspektive die Zieltypen der Aufgaben genauer betrachtet. Ein besonderes Merkmal hoher Aufgabenqualität ist der Grad der Offenheit in Verbindung mit dem binnendifferenzierenden Potenzial, was abschließend thematisiert wird.

Folgende Funktionen des TI 200 sind zum Einsatz gekommen: Lösen von linearen Gleichungssystemen, Nullstellensuche, Auffinden von Extremstellen und Wendepunkten, graphische Darstellung von Funktionen, Darstellung von Hüllkurven von Funktionenscharen, Termumformungen, Erstellen von Wertetabellen und Bestimmung von Ableitungen. Die Tatsache, dass mit Hilfe des Rechners komplexere Aufgaben gestellt werden können, die die Schüler ansonsten überfordern würden, wurde im Allgemeinen als positiv dargestellt. Das hat dazu geführt, dass zum Einen Aufgaben gewählt wurden, die mit der klaren Zielvorstellung verknüpft waren, Schülern mathematische Vorgehensweisen näher zu bringen, zum Anderen aber auch dazu, den Umfang des Aufgabenrepertoires um einige auf Rechnerfähigkeiten zugeschnittene Aufgaben zu vergrößern.

Als Beispiel für Ersteres lassen sich Aufgaben aus PF2 nennen, wo klar formuliert wurde, dass ein Ziel des Rechnereinsatzes die Vergrößerung des Funktionsrepertoires der Schüler war. Hier finden sich Aufgaben, in dem lineares, quadratisches und exponentielles Wachstum verglichen werden soll, oder auch solche, in denen trigonometrische Funktionen visualisiert werden. Ohne Rechnerunterstützung wäre das sicher nicht möglich, wobei in der abschließenden Beurteilung der diesbezügliche Erfolg nur vermutet werden konnte, da ein Rückblick aus zeitlichen Gründen nicht möglich war.

Zwei Hobbyfischer erwerben die Rechte über einen neuen Baggersee. Während er von Firma Linelli noch vergrößert wird, teilen die beiden Fischer schon den See auf nach folgenden Regeln:

- **Quadratix:** umzäunt seine Fläche mit einem Zaun quadratisch. Jeden Monat vergrößert er den Umfang des Quadrats um 4m.
- **Exponix:** pflanzt eine Wasserhyazinthe. Die bewachsene Fläche soll ihm gehören. Sie verdoppelt jeden Monat die Fläche, die sie bewächst.

Beide starten mit einer Fläche von 1 m^2 . Zum Startzeitpunkt hat der See eine Fläche von 256 m^2 . Firma Linelli vergrößert sie jeden Monat um 16 m^2 .

Anforderung	Zieltyp	Handlungsbedingungen				Bildungsstandards		
	1	F ²	K ³	B ⁴	A ⁵	K ⁶	L ⁷	A ⁸
**	X--	2	1-2	1-2	2	2/4	4	II

Tabelle 3: Einstufung zur Aufgabe „Hobbyfischer“ in Abbildung 4

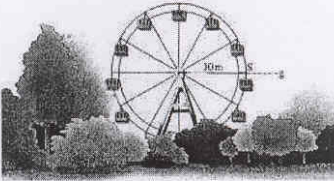
Aufgabe 1: Der Aufhängepunkt einer Gondel des Riesenrads startet im Punkt S.

a) Wie viel m über der Geraden g befindet sich dieser Aufhängepunkt, wenn sich das Riesenrad um 30° (120° , 210° , 320° , 420° , 720°) gedreht hat?

b) Beschreibe die Funktion Drehwinkel $\alpha \mapsto$ Höhe des Aufhängepunktes über der Geraden g im Bereich $0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$ durch eine Funktionsgleichung.

c) Ist diese Funktion auch für negative Winkel definiert? Begründe.

Aufgabe 2: Zeichne den Graphen der Funktion Drehwinkel $\alpha \mapsto$ Höhe des Aufhängepunktes über der Geraden g in das unten vorgegebene Koordinatensystem. Setze dazu den Radius des Riesenrads $30\text{m} = 1$ Einheit, zeichne die Winkel (α von -90° bis 390° in 30° -Schritten) in den Einheitskreis ein und übertrage die zu den Winkeln gehörenden Höhen in das rechte Koordinatensystem. Beschreibe den Verlauf des Funktionsgraphen.



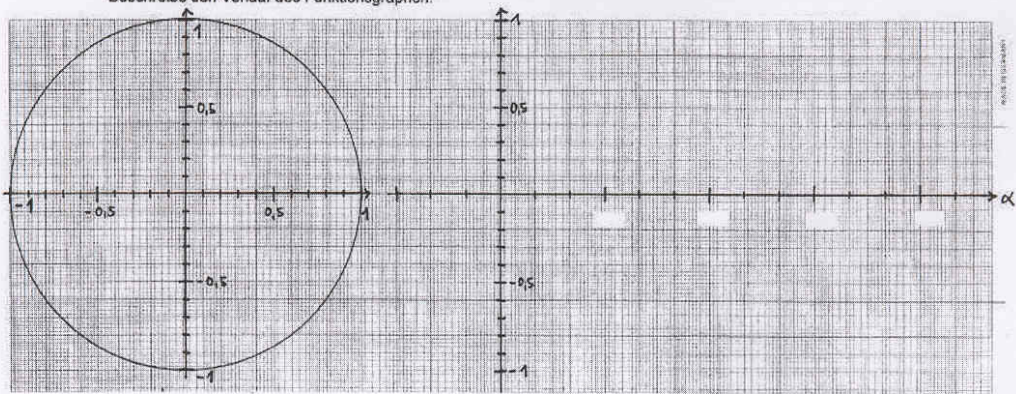


Abbildung 4: Beispielaufgabe „Riesenrad“

¹ Ausgangssituation/Transformation/Endsituation: X ~ gegeben, bekannt; - ~ gesucht, offen oder fehlt.

² Grad der Formalisierung: Stufe 0-3 möglich

³ Komplexitätsgrad: Stufe 0-3 möglich

⁴ Bekanntheitsgrad: Stufe 0-3 möglich

⁵ Grad der Ausführungsanforderungen: Stufe 0-3 möglich

⁶ Kompetenzen: 1 ~ Mathematisch argumentieren; 2 ~ Probleme mathematisch lösen; 3 ~ Mathematisch modellieren; 4 ~ Mathematische Darstellungen verwenden; 5 ~ Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen; 6 ~ Kommunizieren

⁷ Leitideen: 1 ~ Zahl; 2 ~ Messen; 3 ~ Raum und Form; 4 ~ Funktionaler Zusammenhang; 5 ~ Daten und Zufall

⁸ Anforderungsbereich: I ~ Reproduzieren; II ~ Zusammenhänge herstellen; III ~ Verallgemeinern und Reflektieren

Aufgabe	Anforderung	Zieltyp	Handlungsbedingungen				Bildungsstandards		
			F	K	B	A	K	L	A
1a	**	X--	2	1-2	1-2	2	2/5	2	I
1b	**	X--	2	2	2	2	5	2/4	II
1c	***	X-X	0	2	2-3	2	1	2	III
2	**	XX-	2	2	2	2	1/4/5	2	II

Tabelle 4: Einstufung zur Aufgabe „Riesenrad“ in Abbildung 4

In PF3 hingegen finden sich Beispiele für eine inhaltliche Erweiterung des Aufgabenpools. Hier wurde Anwendungsbezogenheit in den Vordergrund gestellt, die jedoch auch kritisch gesehen werden kann, da keine Information über die tatsächlich geeigneten mathematischen Modelle zu den den jeweiligen Anwendungen gegeben wurde.

Eine kleine Firma produziert spezielles Badeöl. Die täglichen Produktionskosten sind abhängig von der Menge, die hergestellt wird. Untersuchungen haben folgende Zusammenhänge ergeben:

Anzahl der Flaschen	100	200	300	400	500
Produktionskosten in Euro	800	1000	1200	2000	4000

Die Flasche Badeöl wird für 7 Euro verkauft. Untersuchen Sie die Gewinnfunktion.

Abbildung 5: Beispielaufgabe „Badeöl“

Anforderung	Zieltyp	Handlungsbedingungen				Bildungsstandards		
		F	K	B	A	K	L	A
**	X--	2	2	1-2	3	3/5	4	II

Tabelle 5: Einstufung zur Aufgabe „Badeöl“ in Abbildung 5

Als ein Beispiel ist hier eine Aufgabe zu nennen, in der die Gewinnfunktion der Produktion von Stückgut berechnet werden soll, wie in Abbildung 5 dargestellt. Hier wird von der Möglichkeit Gebrauch gemacht, durch Angabe von fünf Stützstellen und zugehörigen Funktionswerten ein Polynom 5. Grades zu bestimmen. Die Aufgabenstellung ist jedoch zu offen gehalten. Es wird lediglich gefordert „Untersuchen sie die Gewinnfunktion“, ohne Angabe der Art der Funktion, z.B. durch ein Polynom dritten Grades. So könnte man ohne weiteres auch andere Funktionstypen, im Prinzip alle Funktionen aus einem ∞ -dimensionalen affinen Raum der Kodimension 5 einsetzen. Ein Schüler könnte auch leicht auf die Idee kommen, dass null Flaschen keine Kosten verursachen, womit dann auch ein Polynom 6. Grades festläge. Dennoch wird als Lösung das Polynom 5. Grades erwartet. Das birgt die große Gefahr, dass Schüler den Eindruck erhalten, dass das, was ein CAS kann, die mathematische Wirklichkeit widerspiegelt.

PF4 besteht aus übersichtlich aufgebauten Aufgabenblättern. Sie enthalten größtenteils Aufgaben mit Alltagsbezug. Hierbei ist gut zu erkennen, an welchen Stellen im Alltag Mathematik eine Rolle spielt. Die Aufgaben selbst bestehen meist aus stoffübergreifenden Aufgaben. Die Aufgabenstellung ist klar verständlich, kann aber in den meisten Fällen auch ohne Rechneinsatz gelöst werden. Über große Strecken ist der Einsatz des Rechners als reines Rechenhilfsmittel zu beobachten. Das Aufstellen von Wertetabellen oder auch der Einsatz als Zeichengerät von Graphen ist hier ebenfalls zu nennen.

In PF1 wurde sogar dazu übergegangen, Graphen nur noch plotten zu lassen, und es wurde gänzlich auf die Zeichnung von Hand verzichtet. Das hat sicherlich den Vorteil, dass die Visualisierung in einem Bruchteil der Zeit durchgeführt werden kann, birgt aber den Nachteil, dass die Zeichenfertigkeit per Hand verloren gehen kann.

Einer der großen Vorteile von CAS, wie er auch genutzt wird, ist die Untersuchung von parameterabhängigen Funktionen. Zumindest in PF2 war aber auch klar zu erkennen, dass die Gefahr des Verlernens von mathematischem Grundkönnen Beachtung fand, und es wurde versucht, durch rechnerfreie Lerneinheiten dem entgegen zu treten.

Eine interessante Idee ist ein Spiel mit Aufgabenkärtchen, bei dem man Funktionen ableiten muss, wobei die eine Hälfte der Gruppe einen CAS-fähigen Rechner nutzen und die andere Hälfte nur Papier und Bleistift verwenden darf. Es geht um die schnellste Lösung mit Vergabe von Punkten für die Reihenfolge, in der die Aufgabe jeweils gelöst wurde, und die Gruppen werden auch gewechselt. Auf diese Weise werden sowohl das händische Rechnen als auch die Eingabe in den Rechner effektiv geübt.

Analysiert man den Typ der eingesetzten Aufgaben etwas genauer, lässt sich folgendes feststellen: Es handelt sich meist um Bestimmungs- oder Herleitungsaufgaben und Grundaufgaben mit geringem bis mittlerem Schwierigkeitsgrad, seltener um Umkehraufgaben oder Begründungsaufgaben. Offene Aufgaben nach dem sogenannten Blüten- und Trichtermodell bzw. mit verschiedenen Lösungswegen waren nicht darunter. Mit dem Blütenmodell sind Aufgaben gemeint, die aus mehreren Teilaufgaben bestehen, die aufsteigende Schwierigkeit haben und sich auch schrittweise öffnen – etwa wie einige Aufgaben im internationalen PISA-Test. Aufgaben nach dem Trichtermodell sind „echte“ Modellierungen, bei denen erst eine mathematische Fragestellung und Aufgabe gefunden werden muss.

Die Aufgaben bewegten sich bei Einstufung nach den Bildungsstandards meist im Kompetenzbereich bei K4 (Mathematische Darstellungen verwenden), K5 (mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen) und K2 (Probleme mathematisch lösen), gelegentlich auch K6 (Kommunizieren), wobei alle Leitideen in den zu finden waren, bis auf L5 (Daten und Zufall). Der Anforderungsbereich der Aufgaben hatte seinen Schwerpunkt im Reproduzieren und Herstellen von Zusammenhängen. In wenigen Teilaufgaben ging es auch um Verallgemeinern und Reflektieren. Die verwendeten Aufgaben stammen zum Teil aus gängigen Schulbüchern und wurden zum Teil abgewandelt, aber einige Lehrkräfte setzten auch von ihnen selbst entworfene Aufgaben ein.

Bei der Darstellung der Schülerlösungen ist nicht zu erkennen, ob die Frage der Lösungsdokumentation bei Rechnernutzung im Unterricht thematisiert wurde. Teilweise werden wie bisher alle Zwischenschritte einer schriftlichen Rechnung notiert und der Rechner steht nur als Kontrollinstrument im Hintergrund. Andere Schüler haben aufwändige Dokumentationen mit Screenshots vorgelegt. Begründungen, welche Fenster jeweils genutzt wurden, lassen sich in den Dokumentationen bisher nicht finden. Generell sind Verbalisierungen von Lösungswegen noch unterrepräsentiert.

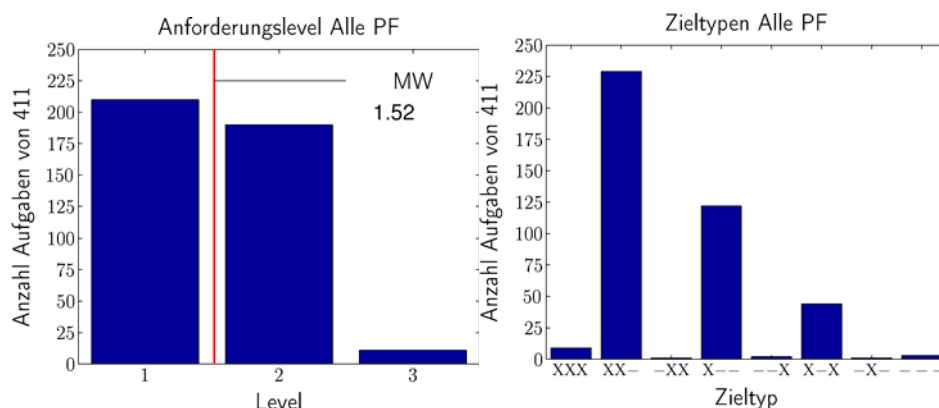


Abbildung 6: Häufigkeiten von Anforderungslevel und Zieltypen aller Aufgaben

Eine Analyse der Anforderungslevel und Zieltypen aus allen Portfolios führte zu den in Abbildung 6 gezeigten Häufigkeiten, die noch deutliche Reserven in der Variabilität der Aufgabenformate und Anforderungen erkennen lassen.

2.3 Schülerberichte

Schülerberichte geben einen Einblick in die Gedankenwelt und mathematischen Vorgehensweisen, wie sie sich bei den Schüler/innen selbst vollziehen.

PF1 enthält 14 Schülertagebücher, die z.T. sehr ausführlich sind. Dabei fällt auf, dass bei vielen Schüler/innen der Wunsch vorherrscht, Mathematik besser zu verstehen. Einige formulieren allerdings auch, dass sie sich eine Notenverbesserung durch die Erleichterung bei der Lösung von Aufgaben erwarten. Besonders auffällig ist, dass einige Schüler/innen die Angst ausdrücken, dass sie mathematische Fertigkeiten verlieren könnten. Aber auch die bloße Angst vor dem Nichtverstehen der Technik findet hier ihren Niederschlag. Insgesamt ergibt sich überwiegend das Bild, dass bei den Lernenden zunächst Skepsis vorherrschte, die sich im Verlauf des Projektes aber mehrheitlich weitgehend auflöste. Aber in Einzelfällen ist auch die umgekehrte Situation dokumentiert. Es ist jedoch ebenfalls auffällig, dass bei vielen eine trügerische Sicherheit in der Beherrschung des mathematischen Themensentstandes ist, die nach Schreiben einer Klassenarbeit dann einen herben Dämpfer erfährt. Hier spiegelt sich eine gewisse Unsicherheit über das eigene mathematische Können wieder, die bereits bei der Schülerbefragung thematisiert wurde.

Die Schüler/innen äußerten sich in den Tagebüchern positiv dazu, dass viele mathematische Anwendungen, wie das Durchführen von Rechnungen und die Darstellung von Graphen, mit Hilfe des TI 200 Voyage erleichtert werden. Sie begrüßten, dass ihnen der Rechner eine Kontrollmöglichkeit bietet und dass er darüber hinaus auch für außermathematische Bereiche verwendet werden kann, z.B. als Notizbuch oder Terminkalender.

Negativ empfanden sie die unübersichtliche Menüführung, die häufig auftretenden Fehlermeldungen und dass man die nötigen Befehle auswendig kennen muss. Außerdem fanden sie das Design zum Teil etwas unhandlich und beschwerten sich über den hohen Batterieverbrauch der Geräte. Auch äußerten sich einige Schüler/innen kritisch über den gelegentlichen Ausfall des Computers und den damit verbundenen Datenverlust. Zudem empfanden die meisten die umfangreiche Bedienungsanleitung als abschreckend und bemerkten, dass nötige Befehle nicht leicht zu entnehmen seien.

Fast alle Schüler/innen äußerten sich am Ende des Projektes jedoch positiv zum Rechnereinsatz und meinten, dass sie gerne wieder mit dem TI 200 Voyage arbeiten würden, doch dass der traditionelle Unterricht auch weiterhin eine wichtige Rolle beibehalten solle.

2.4 Lehrereinschätzungen

Die Lehrerinnen und Lehrer äußerten in ihren Berichten, dass sie die Vorteile in der Verwendung des TI 200 Voyage darin sehen, dass zentrale Inhalte besser verdeutlicht werden können und dass dadurch die Schüler schneller in der Lage sind, wichtige Zusammenhänge zu verstehen.

Das Gerät wird allgemein als ein wichtiges Hilfsmittel zur graphischen Darstellung und zur Untersuchung von Funktionenscharen empfunden und als solches auch von den Lehrkräften durch die entsprechenden Aufgaben eingesetzt. Auch konnte nach Meinung einiger Lehrer/innen die Eigenverantwortlichkeit und die Präsentationsfähigkeit der Schüler/innen gesteigert werden. Weitere Vorteile bestehen darin, dass die Schüler schnell und selbständig von ihnen berechnete Ergebnisse überprüfen können, schnell Näherungen berechnen, Funktionsgleichungen verändern und der TI 200 Voyage schnell Ergebnisse liefern kann – bei richtiger Nutzung. Ebenfalls wurde geäußert, dass durch Einsatz komplexer Aufgaben leistungsstärkere Schüler verstärkt gefördert werden könnten, auch wenn das insgesamt noch zu wenig realisiert wurde.

Nachteilig empfanden die Lehrer, dass das Display des eingesetzten Gerätes recht unübersichtlich, eine Fehlersuche oft mühsam ist und dass es die Schüler/innen zum Teil ablenkte.

Alles in allem begrüßen die Lehrerinnen jedoch einen Einsatz eines CAS-fähigen Rechners im Unterricht. Dies sollte ihrer Meinung nach jedoch frühest möglich geschehen, schon in der Sekundarstufe I. So könnte den Schüler/innen möglichst viel Gelegenheit geboten werden, sich mit der Handhabung des Rechners auseinander zu setzen für eine routinierte und sichere Nutzung. Ziel ist für die Projektlehrer ein moderner, interessanter und abwechslungsreicher Unterricht, der „alte“, und „neue“, Methoden möglichst harmonisch vereint.

3 Schlussfolgerungen

Im Projektergebnis zeigen sich insgesamt einige interessante positive und einzelne ambivalente Effekte, die für die weitere Arbeit aller Beteiligten und weit darüber hinaus wertvoll sind.

Dort, wo es eine klare Zielformulierung hin zum besseren Verständnis der Mathematik gab, konnte der gezielte und klar beschränkte Einsatz des Rechners dazu führen, dass die Schüler auch an weiterführende Aufgaben herangeführt wurden. Das brachte manchen leistungsschwachen Schüler/innen mehr Verwirrung, andere schwächere Schüler/innen jedoch konnten auch Erfolge verbuchen, die ihnen sonst wegen rechentechnischer Defizite verwehrt waren. Das lässt sich insbesondere in PF2 nachvollziehen. Hier wird auch dargestellt, dass Schüler/innen stärker zu eigenverantwortlichem Lernen gebracht werden konnten, was sicher zu begrüßen ist.

Was passieren kann, wenn man zu sehr auf die Fähigkeiten des Rechners vertraut, ließ sich an vielen Schülerberichten aus PF1 erahnen. Anfängliche Angst wich wegen größerer Vertrautheit mit dem System großen Erwartungen. Erfolgserlebnisse im Unterricht hatten oft die Wirkung, dass die Schüler/innen glaubten, Mathematik nun besser verstanden zu haben, was nach

eigenen Berichten spätestens nach Schreiben der Klausuren teilweise in Enttäuschung mündete.

Die Begeisterung der Lehrkräfte für das neue System, das ihnen mehr Freude am Unterricht bringt, ist deutlich spürbar. Dem steht die große Sorge einzelner Schüler/innen gegenüber, die sich durch den Rechnereinsatz „schlechter“ werden sehen und nun befürchten, in der 12. Klasse komplett zu versagen. Es besteht auch tatsächlich die Gefahr, dass durch mangelnde Steuerung beim Einsatz des Rechners, etwa durch klar definierte rechnerfreie Einheiten, Verluste von Grundfertigkeiten eintreten können.

Was man aus mathematischer und didaktischer Sicht aus ebenfalls kritisch anmerken muss, ist das Entstehen und der Einsatz solcher teilweise auch neuer Aufgaben, die auf die Fähigkeiten des Rechners zugeschnitten sind, statt auf den didaktischen Wert.

Da ein Zeitraum von 5 Monaten jedoch für nachhaltige Bildungseffekte und die Veränderung der Unterrichtskultur sehr kurz, die Zahl von 8 beteiligten Klassen auch eher gering ist und weil die Entwicklung objektiver Bewertungskriterien für einen sinnvollen CAS-Einsatz noch am Anfang steht, kann man sicher keine klare Aussage über den Grad des Erfolges des Projektes treffen.

Es kann jedoch deutlich festgestellt werden, dass die Akzeptanz des CAS-Einsatzes bei den Lehrenden und Lernenden gewachsen ist und die eingesetzten Materialien mit der entsprechenden Unterrichtsorganisation erste Entwicklungstendenzen in Richtung einer (auch im Sinne der Bildungsstandards) wünschenswerten Gestaltung von Lehr- und Lernprozessen zur Mathematik erkennen lassen.

Es hat sich gezeigt, dass erste wünschenswerte Veränderungen in der Art des Unterrichts durch den CAS-Einsatz auch von den Schülern wahrgenommen werden, vgl. die Befragungsergebnisse zur Kommunikationsunterstützung und Vorgehensreflexion. Es ist auch eine Reihe von gut einsetzbaren und didaktischen Ansprüchen Rechnung tragenden Aufgabenbeispielen für einen sinnvollen CAS-Einsatz entstanden, die zur Weiterverbreitung an interessierte Lehrkräfte empfohlen werden.

Mit einem kritischen Blick auf die erzielten Ergebnisse ist das große Entwicklungspotenzial in der Art der Lernanforderungen in Form von vielfältigen und leistungsdifferenzierenden Aufgaben und zur Förderung eines adäquaten Mathematikbildes zu nennen. Hinzu kommt die bisherige Beschränkung des CAS-Einsatzes auf eine Hilfsmittelfunktion für schnelles Rechnen und Darstellen. Hier wären Weiterentwicklungen in Richtung entdeckenden Lernens mit Rechnerunterstützung möglich und notwendig.

Aus didaktischer Perspektive ergeben sich einige weiter zu bearbeitende Kernfragen des Rechnereinsatzes (CAS) im Unterricht, die in den Portfolios angedeutet oder aus den vorliegenden Materialien abgeleitet werden können:

- Welche Aufgabenformate eignen sich besonders für computergestützten Mathematikunterricht?
- Wie kann man den Überblick behalten und als Lernende/r wissen, was wichtig ist, wenn in Themenfeldern vernetzt oder schwerpunktmäßig anwendungsbezogen Mathematik gelernt wird?
- Wie kann ein grundlegendes Begriffsverständnis erzielt und wachgehalten werden, wenn Rechenfunktionen an den Computer/TR delegiert werden?
- Was soll in den einzelnen Stoffgebieten noch händisch beherrscht werden, was kann oder sollte sogar an den Rechner delegiert werden?
- Was soll (noch) notiert werden, wenn rechnergestützt gearbeitet wird?
- Wie können Probleme lernschwacher Schüler/innen aufgefangen werden? (Fragen von Binnendifferenzierung und Individualisierung der Lernwege und Übungsphasen).

In diesem Projekt haben die Lehrkräfte keine unterrichtsmethodischen Vorgaben oder expliziten Empfehlungen, die über vorhandene Literatur und Unterrichtsmaterialien hinaus gehen, erhalten. Es wird für ähnliche Projekte folgendes empfohlen:

- Die Lehrkräfte benötigen ein klares Anforderungsprofil an ein Unterrichtsportfolio, das durch Muster unterstützt werden könnte.
- Die Vielfalt möglicher und sinnvoller Einsatzziele von CAS im allgemeinbildenden Mathematikunterricht ist vermutlich nicht allen Lehrkräften, die sich für eine Projektarbeit interessieren, hinreichend bekannt. Deshalb wäre eine Handreichung zu solchen Zielen und der methodischen Umsetzung zu empfehlen, die über eine Beispielsammlung hinausgeht, um eine Übertragbarkeit auf andere Themen zu fördern.
- Anforderungen an eine moderne Aufgabenkultur für nachhaltiges Lernen von Mathematik sind noch nicht allen Lehrkräften bekannt. Auch hier ist zu empfehlen, ein rechnerbezogenes Konzept für eine neue Aufgabenkultur in einem Manual mit entsprechenden Beispielen zur Verfügung zu stellen.
- Zentrale und noch offene Fragen des methodischen Einsatzes von CAS im Unterricht von der Art der Lösungsdokumentation über Binnendifferenzierung bis zur Leistungsbewertung sollten möglichst zu Beginn eines solchen Projekts gemeinsam mit den beteiligten Lehrkräften thematisiert werden, um entsprechende gezielte Erprobungen zu ermöglichen und damit das kreative Potenzial der Lehrkräfte für Weiterentwicklungen eines CAS-Einsatzkonzeptes gezielt zu nutzen.

4 Anhang

	$\alpha_{Vor} = 0,73; \alpha_{Nach} = 0,77$
SELB1	Die Anforderungen, die im Unterricht an mich gestellt werden, finde ich angemessen.
SELB3	Ich traue mir zu, die Lerninhalte im Mathematikunterricht zu verstehen.
SELB4	Ich traue mir auch anspruchsvolle Tätigkeiten in Mathematik zu.
SELB7	Im Mathematikunterricht ist oft nicht klar, wofür man das Gelernte benötigt. (Umkodiert)
SELB8	An einem mathematischen Problem zu knobeln, macht mir Spaß.
SELB9	Ich finde es interessant, nach besonders intelligenten Lösungswegen zu suchen.
SELB10	Ich kann mich lange Zeit auf eine Sache konzentrieren.
SELB11	Wenn ich von einer Sache abgelenkt werde, schaffe ich es schnell mich wieder darauf zu konzentrieren.

Tabelle 6: Selbstbild und Selbsteinschätzung

	$\alpha_{Vor} = 0,73; \alpha_{Nach} = 0,77$
KOM1	In unserem Mathematikunterricht wird darauf Wert gelegt, über die Angemessenheit unserer mathematischen Ergebnisse nachzudenken.
KOM2	Im Mathematikunterricht werden wir aufgefordert darüber nachzudenken, wie wir bei der Lösung unserer Probleme vorgegangen sind.
KOM3	Im Mathematikunterricht werden wir aufgefordert darüber nachzudenken, welche mathematischen Zusammenhänge und Verfahren wir verwendet haben
KOM5	Im Mathematikunterricht haben wir die Möglichkeit, unsere Unterrichtsergebnisse zu präsentieren.

Tabelle 7: Kommunikationsunterstützung und Vorgehensreflexion

	$\alpha_{Vor} = 0,63; \alpha_{Nach} = 0,79$
MAB1	Im Mathematikunterricht wird auf das Begründen von mathematischen Zusammenhängen großen Wert gelegt.
MAB2	Im Mathematikunterricht wird mir deutlich, dass Mathematik auch im Alltag nützlich ist.
MAB3	Im Mathematikunterricht behandeln wir oft reale Problemstellungen.
MAB4	Ich habe an manchen Stellen im Alltag festgestellt, wo Mathematik verwendet wird.
MAB5	Das Vorgehen beim Lösen mathematischer Probleme kann man auch in anderen Fächern und im Alltag einsetzen, um schwierige Situationen zu meistern.
MAB7	Mathematik ist auch das Übersetzen von Alltagsproblemen in die mathematische Fachsprache und das Interpretieren der berechneten Ergebnisse.
MAB9	Für die meisten Berufe braucht man gute Kenntnisse in Mathematik.
MAB10	Im Mathematikunterricht kann man logisches Denken erlernen.
MAB11	In Mathematik weiß man immer woran man ist - entweder ein Ergebnis ist richtig oder falsch.
MAB12	Auf die Mathematiknote wird bei Bewerbungen großer Wert gelegt, deshalb muss ich da gut sein.
MAB13	Um Zusammenhänge im Alltag zu verstehen, ist Mathematik hilfreich.

Tabelle 8: Mathematikweltbild und Wertschätzung von Mathematik

	$\alpha_{Vor} = 0,71; \alpha_{Nach} = 0,77$
GST1	In unserem Mathematikunterricht gibt es ab und zu Aufgaben mit unterschiedlichem Schwierigkeitsgrad, die wir uns selbst aussuchen können.
GST3	Nach der Behandlung eines Themas fertigen wir oftmals schriftliche Zusammenfassungen in Übersichten an.
GST4	Wir stellen im Unterricht oft erst Fragen, bevor wir etwas rechnen.
GST5	Wir können die Mathematikaufgaben so lösen wie wir wollen und müssen nicht nach einem vorgeschriebenen Weg vorgehen.
GST6	Wir sprechen im Mathematikunterricht oft über das Vorgehen beim Lösen von Aufgaben.
GST7	Die Lösungen schwieriger Aufgaben werden meist an der Tafel vorgerechnet.
GST8	In unserem Mathematikunterricht kommt es öfters vor, dass wir mathematische Zusammenhänge selbst entdecken.
GST9	Wir probieren beim Lösen von Aufgaben viel aus.
GST10	Beim Lösen mathematischer Probleme werden wir von der Lehrerin/vom Lehrer ermuntert, selbst zu überlegen, wie man am besten vorgeht.
GST11	Zu unseren Problemstellungen werden meist verschiedene Lösungsmöglichkeiten diskutiert.
GST12	Im Mathematikunterricht haben wir die Möglichkeit, auch eigenen mathematischen Fragestellungen nachzugehen.
GST17	Im Unterricht arbeiten wir häufig in Gruppen.
GST19	Ich lerne das Anwenden von Mathematik am besten, wenn ich mich in der Gruppe damit beschäftigen kann.
GST20	Wenn wir komplexe Probleme behandeln, arbeite ich am liebsten in der Gruppe.

Tabelle 9: Gestaltung des Unterrichts