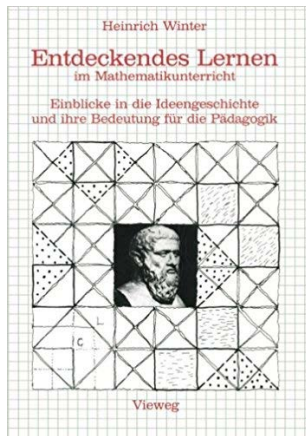


Theorie und Empirie des Entdeckenden Lernens im Mathematikunterricht



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

„Aufgabendidaktik: Hier ist eine Aufgabe. Rechne das Ergebnis aus.
Problemlösedidaktik: Hier ist ein Problem. Versuche es zu lösen.
Didaktik des entdeckenden Lernens: Hier ist eine Situation. Denke über sie nach.“
H. Winter 1089, S.72



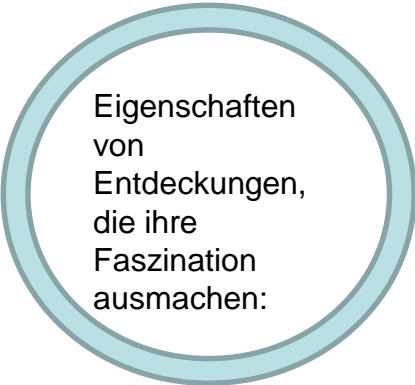
Regina Bruder
Technische Universität Darmstadt
FB Mathematik, AG Fachdidaktik

www.math-learning.com

Heinrich Winters Hauptthese:

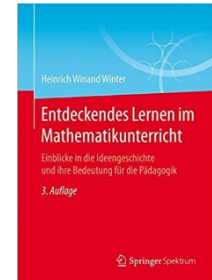
„Das Lernen von Mathematik ist um so wirkungsvoller – sowohl im Hinblick auf handfeste Leistungen, speziell Transferleistungen, als auch im Hinblick auf mögliche schwer fassbare bildende Formung – je mehr es im Sinne eigener aktiver Erfahrungen betrieben wird, je mehr der Fortschritt im Wissen, Können und Urteilen des Lernenden auf selbständigen entdeckenden Unternehmungen beruht.“ (S. 1)

Winter, H. (1989). Entdeckendes Lernen im Mathematikunterricht. Einblicke in die Ideengeschichte und ihre Bedeutung für die Pädagogik. Vieweg



Eigenschaften von Entdeckungen, die ihre Faszination ausmachen:

Mit Entdeckungen ist hier subjektiv Neues gemeint, das den Lernenden auch bewusst und von ihnen wertgeschätzt wird (Akzeptanz der Anstrengung und Ergebnisse) und deren Prozesse und Ergebnisse mit positiven Emotionen verknüpft sind.



Welche Bedeutung haben die Grundlagenarbeiten
zum *Entdeckenden Lernen* von Heinrich Winter heute?

Wie kann *Entdeckendes Lernen* gelingen
und unter welchen Bedingungen?

Kollosche, D. (2017). Entdeckendes Lernen: Eine Problematisierung. JMD 38: 209-237.

Bruder, R., Prescott, A. (2013). Research evidence on the benefits of IBL. ZDM 45: 811–822.

1. Aktuelle Diskussionen und Problematisierungen des Unterrichtskonzepts *Entdeckendes Lernen* und deren historische Verortung

Botschaft aus Metaanalysen: „*Lehrkräfte, die kognitiv aktivieren und einen anspruchsvollen Unterricht realisieren, sind erfolgreicher als solche, die sehr stark auf das entdeckende, individualisierende Lernen kapitalisieren.*“ (O. Köller 2009)

2. Theorie(n) *Entdeckenden Lernens* für die Praxis (Wie soll der Unterricht sein ?) versus Theorie der *Praxis des Entdeckenden Lernens* in Verbindung mit empirischen Einsichten (Wie funktioniert dieser Unterricht?)

Aktuelle Anlässe für **Diskussionen zum Entdeckenden Lernen**

„Aufgabendidaktik: Hier ist eine Aufgabe. Rechne das Ergebnis aus.
Problemlösedidaktik: Hier ist ein Problem. Versuche es zu lösen.
Didaktik des entdeckenden Lernens: Hier ist eine Situation. Denke über sie nach.“
(Winter 1089, S.72)

- **Entdeckendes Lernen** wird oft als didaktischer Königsweg postuliert und deshalb auch von den Lehrkräften eingefordert.

Breite Unterrichtserfahrung steht dem entgegen:

Nicht alle Lernenden sind in der Lage und wollen sich auch auf solche Situationen einlassen, in denen „Entdeckungen“ möglich sind.

Es gibt nur sehr wenige überzeugende Beispiele, die auch im Detail zeigen, wie man das umsetzen kann. (Kollosche 2017).

Gegenüberstellungen zw. „Lernen durch Entdeckenlassen“ und „Lernen durch Belehren“ (Winter 1989, S. 4f.) polarisieren.

Sie zeigen Entwicklungsnotwendigkeiten auf. Aber: Lehrerfahrung fühlt sich nicht ernst genommen, es kann verunsichern und sogar Methodeneinsatz und Lehrverhalten radikalieren.

Beispiel zum Belehrenden Lernen: „Lehrer beschränkt sich hauptsächlich auf die innermathematische Einordnung des Stoffes.“ (ebenda)

Aktuelle Anlässe für **Diskussionen zum Entdeckenden Lernen**

„Aufgabendidaktik: Hier ist eine Aufgabe. Rechne das Ergebnis aus.

Problemlösedidaktik: Hier ist ein Problem. Versuche es zu lösen.

Didaktik des entdeckenden Lernens: Hier ist eine Situation. Denke über sie nach.“

(Winter 1089, S.72)

- *Entdeckendes Lernen* wird oft als didaktischer Königsweg postuliert und deshalb auch von den Lehrkräften eingefordert.

Breite Unterrichtserfahrung steht dem entgegen:

Es gibt nur sehr wenige überzeugende Beispiele, die auch im Detail zeigen, wie man das umsetzen kann. (Kollosche 2017).

Gegenüberstellungen zw. „Lernen durch Entdeckenlassen“ und „Lernen durch Belehren“ (Winter 1989, S. 4f.) polarisieren.

Unsicherheit im Verständnis von „Kompetenzorientierung“ (Inhalte sind weniger wichtig?) und Defizite in den Basics rufen nach Konzepten für **nachhaltiges Lernen** – und polarisieren erneut:

Intensives (auch schematisches) Einüben von Rechenfertigkeiten steht verstehendem Lernen von Konzepten und Strategien gegenüber.

Aktuelle Anlässe für **Diskussionen zum Entdeckenden Lernen**

„Aufgabendidaktik: Hier ist eine Aufgabe. Rechne das Ergebnis aus.
Problemlösedidaktik: Hier ist ein Problem. Versuche es zu lösen.
Didaktik des entdeckenden Lernens: Hier ist eine Situation. Denke über sie nach.“
(Winter 1089, S.72)

- *Entdeckendes Lernen* wird oft als didaktischer Königsweg postuliert und deshalb auch von den Lehrkräften eingefordert.

Breite Unterrichtserfahrung steht dem entgegen:

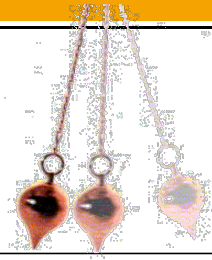
Es gibt nur sehr wenige überzeugende Beispiele, die auch im Detail zeigen, wie man das umsetzen kann. (Kollosche 2017).

Gegenüberstellungen zw. „Lernen durch Entdeckenlassen“ und „Lernen durch Belehren“ (Winter 1989, S. 4f.) polarisieren.

Unsicherheit im Verständnis von „^{„gutem MU“}Kompetenzorientierung“ (~~Inhalte sind weniger wichtig?~~) und Defizite in den Basics rufen nach Konzepten für **nachhaltiges Lernen** – und polarisieren erneut:

Intensives (auch schematisches) Einüben von Rechenfertigkeiten steht verstehendem Lernen von Konzepten und Strategien gegenüber.

Hoffnung: Entdeckendes Lernen fördert durch die Forderung nach intellektueller Eigenaktivität die Fähigkeit zum **Transfer** und das **Behalten** – allerdings bisher so nicht empirisch belegt.



Das ist alles nicht neu.

Die Geschichte des (deutschen) MU ist durch markante Wellenbewegungen oder **Pendelausschläge** gekennzeichnet.

Zunächst polarisierten Entscheidungen zu **Lerninhalten** und deren Abfolge die Diskussion.

Wechsel der Schwerpunkte in der Geschichte des MU - Pendelausschläge

Der dialektische Entwicklungsprozeß der Didaktik der Arithmetik
(nach B.Picker)

1522 Adam Riese: materiale Bildung
1801 Pestalozzi: formale Bildung
1814 Harnisch: materiale und formale Bildung

1838 Diesterweg: Anschauen
1888 Hartmann: Zählen
1916 Kühnel: Anschauen und Zählen

1929 Wittmann: Mengen - Kardinalzahl
1947 Breidenbach: Reihen - Ordinalzahl
1967 Fricke: Kardinal- und Ordinalzahl

1970 New Math: Denken lernen
(in mathematischen Strukturen)_{Bu}
1980 Back to the basics: Rechnen lernen
1990 Denken und Rechnen lernen

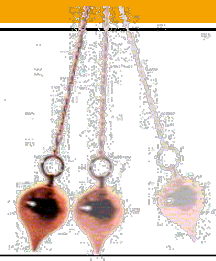
Aktuelle Probleme:

Aussöhnung zwischen inner- und außermathematischen Anwendungen, zwischen **Argumentieren** und **Modellieren**

Ausbalanzierung zwischen dem Sichern von stets **verfügbarem Grundwissen/-können** und **mathematischen Aktivitäten** (Argumentieren, Modellieren,...)

Historische Erkenntnis:

Abgrenzen, aber nicht ausgrenzen;
Bemühen um Verknüpfung versch.
Aspekte in dialektischer Betrachtung



Die Geschichte des (deutschen) MU ist durch markante Wellenbewegungen oder Pendelausschläge gekennzeichnet.

Zunächst polarisierten Entscheidungen zu Lerninhalten und deren Abfolge die Diskussion.

Auch für didaktische Probleme wurde eine bestimmte Richtung bzw. **Methodenwahl** als Lösung präferiert und gegenüber der bisherigen überbetont (Pendelausschlag). Und das Pendel schlägt (immer) zurück.

- | | | |
|---|---|--|
| Aufgabendidaktik | - | offene Aufgaben (Abwertung von Schemata) |
| Problemsolving | - | Problem Posing (kann nur ergänzen, aber nicht ersetzen) |
| Wissen veraltet und Schul- kenntnisse werden vergessen | - | nur noch „Lernen lernen“ mit austauschbaren Inhalten |
| Lehrpläne als reine Inhaltskataloge | - | Hinzufügen von bzw. Ersetzen durch prozessbezogene Kompetenzen (besser: Inhalte mit Handlungen verknüpfen) |

Welche Bedeutung haben die Grundlagenarbeiten zum „Entdeckenden Lernen“ von Heinrich Winter heute?



- Wichtige **Impulse für Weiterentwicklungen der Lehr- und Lernkultur** in den 90er Jahren (nach dem Scheitern der „New Math“) mit einem klaren Bekenntnis zur Fachlichkeit, aber mit expliziter Teilhabe der Lernenden
- Heinrich Winter ist mit seinen anregenden Lehrbeispielen Vorreiter für das in Verbindung mit den Forschungen zum Problemlösenlernen später und bis heute geforderte **Explizieren von zentralen Ideen und Vorgehensstrategien** (vgl. Analogiebildung, Induktion, Rückwärtsarbeiten...)
- Die polarisierenden Gegenüberstellungen gegensätzlicher Konzepte sind „Kinder ihrer Zeit“ und können bei sorgfältiger Analyse helfen bei künftigen Entwicklungen mögliche *Risiken und Nebenwirkungen von Pendelausschlägen* mit zu bedenken.

Offene Frage: Welche Deutungen von Entdeckendem Lernen lassen sich theoretisch begründen und welche Einsatzszenarien sind auch praktikabel?

1. Aktuelle Diskussionen und Problematisierungen des Unterrichtskonzepts *Entdeckendes Lernen* und deren historische Verortung
2. Theorie(n) *Entdeckenden Lernens* für die Praxis (Wie soll der Unterricht sein ?) versus Theorie der *Praxis des Entdeckenden Lernens* in Verbindung mit empirischen Einsichten (Wie funktioniert dieser Unterricht?)

Wie soll der Unterricht sein?

Verallgemeinerte Praxiserfahrung

Theoriebezug

Eigenschaften von *Entdeckungen als Prozesse und Ergebnisse*, die erfüllt sein müssen, um die unterstellten Wirkungen wie **Nachhaltigkeit** und (ggf.) **Transfer** zu entfalten:

- die zu erkundenden Situationen bieten Anknüpfungspunkte an Vorerfahrungen (**Analogien**)
- subjektiv Neues wird (auch) mit eigener Anstrengung gefunden (**kognitive Aktivierung**)
- und wird den Lernenden bewusst (**Einsichten, Aufbau von Grundvorstellungen**) und von ihnen wertgeschätzt (**Akzeptanz**)
- Prozesse und Ergebnisse sind mit positiven Emotionen verknüpft

Beispiel aus dem Unterricht:

Wie kann man mit den „Wurzelzahlen“ (sinnvoll) rechnen? (Permanenzprinzip)

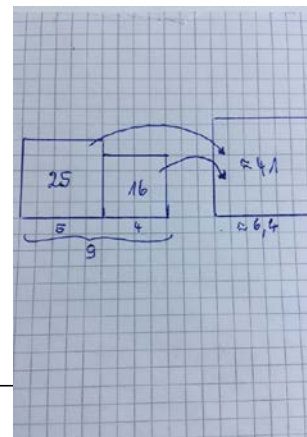
Wir suchen passende Rechenregeln – welche werden benötigt? (Analogie zu Brüchen und Potenzen)

$$\sqrt{a} + \sqrt{b}; \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}; \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}; \sqrt{\sqrt{a}}; (\sqrt{a})^n; a \cdot \sqrt{b}$$

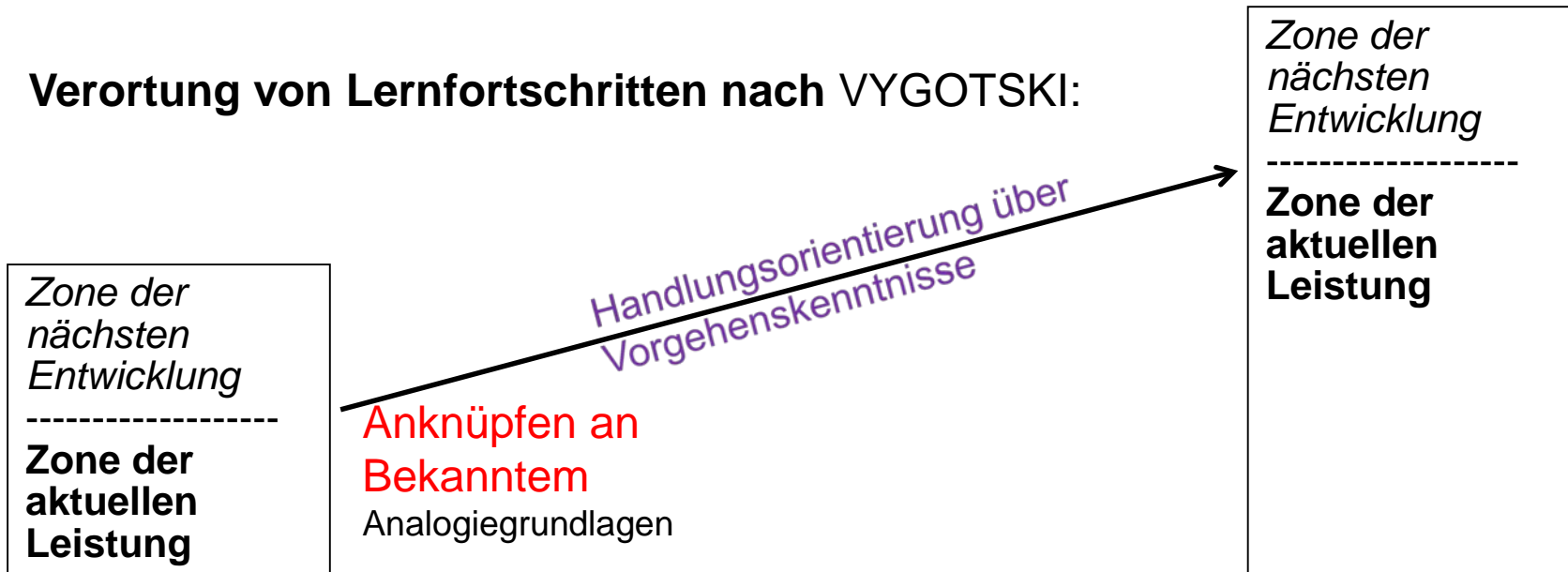
-Addition und Subtraktion von Wurzeln:

$$\sqrt{25} + \sqrt{16} = 5 + 4 = 9 \quad ,\text{aber} \quad \sqrt{25 + 16} = \sqrt{41} \neq 9$$

Verstehen und Akzeptieren des Problems durch
Visualisierung: Quadratflächen - Kantenlängen



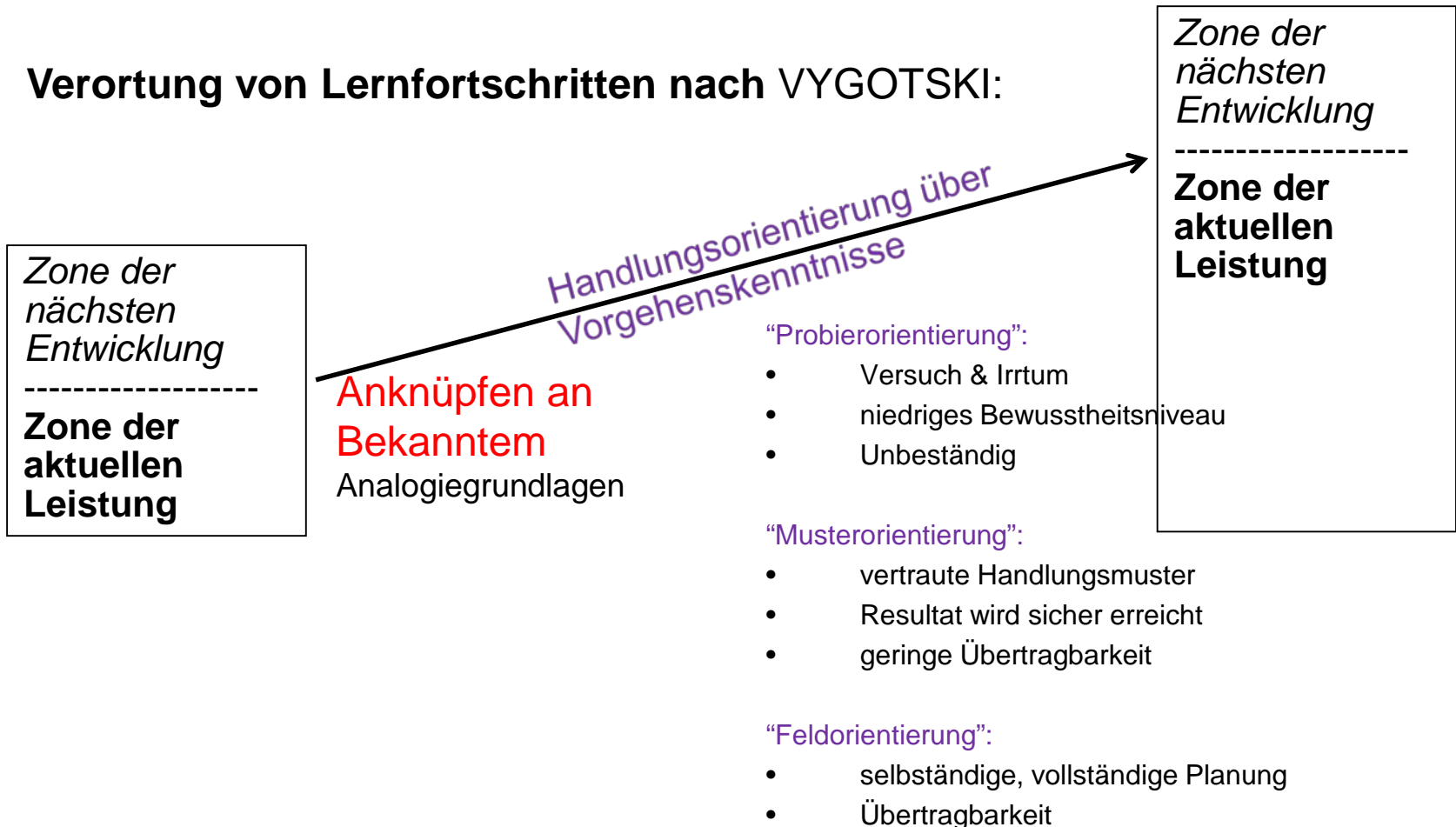
Verortung von Lernfortschritten nach VYGOTSKI:



„Das Bilden von Analogien ... ist jedenfalls eine der wichtigsten Arten (wahrscheinlich die wichtigste überhaupt), neues Wissen hypothetisch zu produzieren, unverzichtbares Instrument beim Verstehen eines neuen Sachverhaltes und ein Hauptheuristischem beim Lösen von Problemen.“

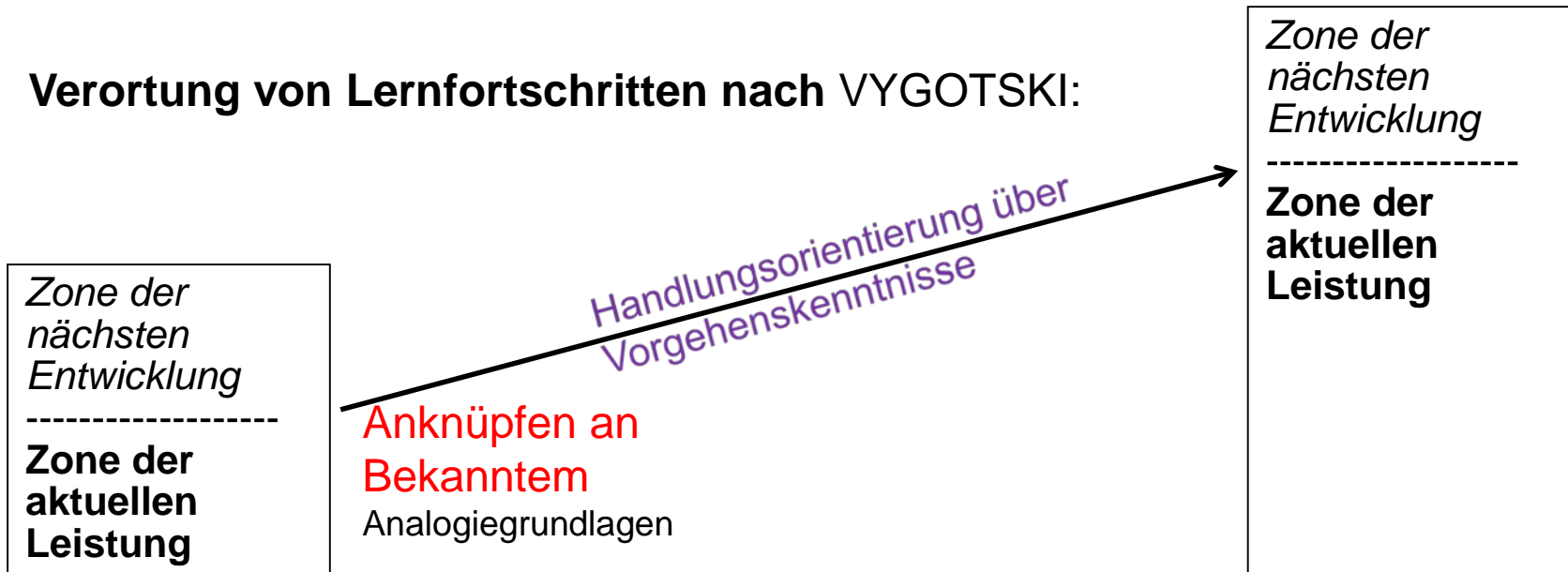
(H.Winter 1989, S.45)

Verortung von Lernfortschritten nach VYGOTSKI:



Orientierungsgrundlagen nach
(Galperin, 1973)

Verortung von Lernfortschritten nach VYGOTSKI:



Ursachen fehlender/negativer Unterrichtserfahrungen zum *Entdeckenden Lernen* neben Motivations- und Sozialisationsproblemen (auf Lehrer- und Schülerseite):

- Anknüpfen an Vorwissen, Bezüge zu Vorerfahrungen (Analogien)
- Werkzeuge zur Verfügung stellen für eine **Handlungsorientierung** zum *Entdecken*, die über *trial and error* hinaus geht.

Werkzeuge zur Verfügung stellen für eine Handlungsorientierung zum *Entdecken*, die über *trial and error* hinaus geht:



Solche Werkzeuge können sein – siehe auch die Beispiele bei H. Winter:

Strategiewissen

- Rechnen mit Wurzelzahlen: *Rechenbeispiele ausdenken* zum Erkunden der Situation; *Darstellungswechsel* zum besseren Verstehen (Visualisierung)

Wissen, wie man Fragen stellen kann an eine gegebene Situation

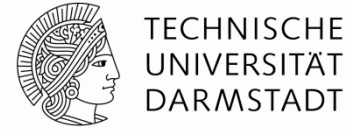
Mathematiker versuchen etwas zu optimieren, etwas schrittweise zu verfeinern, anzunähern, einen Algorithmus zu finden (eine „Formel“) für einen Zusammenhang, oder sie suchen nach mathematischen Modellen für Realsituationen und führen Simulationen durch.

Und wenn Mathematiker eine Lösung für ein Problem gefunden haben, dann fragen sie: *Ist das die einzige Lösung? Kann man das beweisen? Kann man die spezielle Lösung auch verallgemeinern?...*

vgl. Schupp's Aufgabenvariation;

International: Inquiry Based Learning

Werkzeuge zur Verfügung stellen für eine Handlungsorientierung zum *Entdecken*, die über *trial and error* hinaus geht:



Wie wird gesellsch. Strategie-Wissen zu verfügbaren Kenntnissen der Lernenden?

Notwendig nach F.E. Weinert (1999) aus emp. Untersuchungen:

Das Ausbilden von intelligentem Wissen erfordert eine **lehrergesteuerte direkte Instruktion** für einen systematischen, kumulativen Wissensaufbau.

Mögliche Wege, u.a.:

Gut strukturierter Lehrervortrag mit Folgeaktivitäten zur Aneignung (z.B. Umgang mit EXCEL);

Erklärvideo für eine Beispielorientierung als Analogiegrundlage mit Folgeaktivitäten;

Gut strukturierte Lernumgebung, die mit Zielklarheit selbst erarbeitet wird - wenn im Anschluss (an Stationenlernen, Gruppenpuzzle) eine lehrergeleitete Ergebnissicherung und Reflexion erfolgt – mit Folgeaktivitäten individueller Sicherung und ggf. Vertiefung

Potenzial typischer Lehr-Lernsituationen für Erkundungen als Elemente entdeckenden Lernens



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

Typische Lehr-Lernsituationen haben jeweils eine dominierende didaktische Funktion aber kein dominierendes methodisches Konzept

- Ausgangsniveausicherung
- **Einführung und Erarbeitung neuer Themen und Inhalte**
- **Ordnen und Systematisieren**
- **Üben und Anwenden (Vernetzen)**
- Zusammenfassen
- Leistungsbeurteilung und -bewertung

Wie funktioniert dieser Unterricht?

Empirische Erkenntnisse als Qualitätscheck

- **Subjektive Unterrichtserfahrung** besagt, dass entdeckendes Lernen im Sinne eines geleiteten Erkundens von gegebenen Situationen gelingen kann, wenn die nötigen Eigenschaften bezüglich des Verlaufs und der Ergebnisse solcher Erkundungen erreicht werden.
 - die zu erkundenden Situationen bieten Anknüpfungspunkte an Vorerfahrungen (**Analogien**)
 - **Vorgehenskenntnisse** für eine Handlungsorientierung auf hohem Niveau werden bereit gestellt bzw. es kann darauf zurück gegriffen werden
 - subjektiv Neues wird (auch) mit eigener Anstrengung gefunden (**kognitive Aktivierung**)
 - und wird den Lernenden bewusst (**Einsichten, Aufbau von Grundvorstellungen**) und von ihnen wertgeschätzt (**Akzeptanz**)
 - Prozesse und Ergebnisse sind mit positiven Emotionen verknüpft

Herzlichen Dank für Ihre Aufmerksamkeit!



Rückblick und was zu tun bleibt...

- Realistischer Umgang mit Erwartungen an *Entdeckendes Lernen* u.a. durch eine konsequente subjektbezogene Begrifflichkeit (individuell Neues, analog zum Kreativitätsbegriff bzw. beim Problemlösen)
- Kein polarisierendes Gegenüberstellen von Methoden/Konzeptionen sondern jeder Konzeption ihr ziel- und inhaltsabhängiges Potenzial in typischen Lehr-Lernsituationen zuweisen – extreme Pendelausschläge mit ihren Risiken und Nebenwirkungen möglichst vermeiden
- Bereitstellen von mehr gelungenen Unterrichtsbeispielen (auch Videoausschnitten) zur Orientierung für die Lehrkräfte und Analyse gegebener Beispiele mit dem Qualitätscheck – dabei ausweisen, welche Aktivitäten der Lernenden und der Lehrkräfte erforderlich sind und welche Rahmenbedingungen erfüllt sein müssen
- Empirische Absicherung der subjektiven Unterrichtserfahrung zu gelingenden Erkundungen von Lernenden und deren Wirkungen